

## Musterlösungen Übungsblatt 2

**Aufgabe 1.1 (erstellt von Martin Reinstein (MA1b)):**

$$\begin{aligned}(10011, 10011)_2 &= 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + \\ &\quad 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} \\ &= (19,59375)_{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(ACE)_{16} &= 10 \cdot 16^2 + 12 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 \\ &= (2766)_{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(7531, 246)_8 &= 7 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1} + 4 \cdot 8^{-2} + 6 \cdot 8^{-3} \\ &= (3923,324219)_{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(A17B, C9D)_{16} &= 10 \cdot 16^3 + 1 \cdot 16^2 + 7 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 + 12 \cdot 16^{-1} + 9 \cdot 16^{-2} + 13 \cdot 16^{-3} \\ &= (41339,78833)_{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(7777)_8 &= 7 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 \\ &= (4095)_{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(10101010)_2 &= 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \\ &= (170)_{10}\end{aligned}$$

**Aufgabe 1.2 (erstellt von Martin Reinstein (MA1b)):**

$$\begin{aligned}
 (17)_x \cdot (17)_x &= (211)_x \\
 \Leftrightarrow (1x + 7x^0)_x \cdot (1x^1 + 7x^0)_x &= (2x^2 + 1x^1 + 1x^0)_x \\
 \Leftrightarrow x^2 + 7x + 7x + 49 &= 2x^2 + x + 1 \\
 \Leftrightarrow -x^2 + 13x + 48 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x^2 - 13x - 48 &= 0 \\
 x_{1/2} &= -\frac{(-13)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-13}{2}\right)^2 - (-48)} \\
 x_1 = 16 &\text{ ist gültige Basis, d.h. die Aussage gilt im Hexadezimalsystem} \\
 x_2 = -3 &\text{ ist keine gültige Basis}
 \end{aligned}$$

**Aufgabe 1.3 (erstellt von Martin Reinstein (MA1b)):**

- a) Im Oktalsystem braucht man genau  $\frac{1}{3}$ n Ziffern
  - b) Im Hexadezimalsystem braucht man genau  $\frac{1}{4}$ n Ziffern
- Das ganze liegt an den 2er Potenzen. Oktal bedeutet 8 und  $8 = 2^3$ .  
 Hexa bedeutet 16 und  $16 = 2^4$ .

**Aufgabe 2.1 (erstellt von Oliver Trinkaus (MA1a)):**

B-adische Darstellung der folgenden Zahlen inkl. Dezimalwertangabe:

$$\begin{aligned}
 (1010, 0101)_2 &= ((1 \cdot 2 + 0)2 + 1)2 + 0 + \frac{1}{2}(0 + \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{2}(0 + \frac{1}{2}))) = (10, 3125)_{10} \\
 (ABC, CDE)_{16} &= ((10 \cdot 16 + 11)16 + 12)160 + \frac{1}{16}(12 + \frac{1}{16}(13 + \frac{1}{16} \cdot 14)) = (2748, 804)_{10} \\
 (246, 135)_8 &= ((2 \cdot 8 + 4)8 + 6) + \frac{1}{8}(1 + \frac{1}{8}(3 + \frac{1}{8} \cdot 5)) = 166\frac{93}{512} = (166, 181640625)_{10}
 \end{aligned}$$

**Aufgabe 2.2 (erstellt von Oliver Trinkaus (MA1a)):**

Konvertierung von Zahlen in die Binär-/Dualdarstellung, Oktaldarstellung und Hexadezimaldarstellung mit Hilfe des Umrechnungsalgorithmus aus der Vorlesung.

---


$$(123, 375)_{10}$$

Dez2Dual-/Binärsystem  
 Berechnung Vorkommastelle:

$$\begin{array}{rcl} 123 : 2 & = & 61,5 \text{ Rest : } \mathbf{1} \\ 61 : 2 & = & 30,5 \text{ Rest : } \mathbf{1} \\ 30 : 2 & = & 15,0 \text{ Rest : } \mathbf{0} \\ 15 : 2 & = & 7,50 \text{ Rest : } \mathbf{1} \\ 7 : 2 & = & 3,50 \text{ Rest : } \mathbf{1} \\ 3 : 2 & = & 1,50 \text{ Rest : } \mathbf{1} \\ 1 : 2 & = & 0,50 \text{ Rest : } \mathbf{1} \end{array}$$

Nun muss der Rest von unten nach oben gelesen und notiert werden, was zur Vorkommastelle 1111011, *xyz* führt.

Berechnung der Nachkommastelle:

$$\begin{aligned} 0,375 \cdot 2 &= 0,75 & \text{Rest : } \mathbf{0} \\ 0,75 \cdot 2 &= 1,50 & \text{Rest : } \mathbf{1} \\ 0,5 \cdot 2 &= 1,00 & \text{Rest : } \mathbf{1} \\ 0 \cdot 2 &= 0,00 & \text{, Ende der Berechnung.} \end{aligned}$$

Nun müssen die Reste von oben nach unten gelesen und notiert werden, was zur Nachkommastelle  $xyz,011$  führt. Zusammengefasst folgt die Zahl  $(1111011,011)_2$  im Binär-/Dualsystem

---

$$(123,375)_{10}$$

Dez2Oktalsystem:

Berechnung Vorkommastelle:

$$\begin{aligned} 123 : 8 &= 15,0 & \text{Rest : } \mathbf{3} \\ 15 : 8 &= 7,00 & \text{Rest : } \mathbf{7} \\ 7 : 8 &= 0,00 & \text{Rest : } \mathbf{1} \end{aligned}$$

Nun müssen die Reste von unten nach oben gelesen und notiert werden, was zur Vorkommastelle  $173,xyz$  führt.

Berechnung der Nachkommastelle:

$$0,375 \cdot 8 = \mathbf{3} \quad \text{Rest : } 0, \text{ Ende der Berechnung.}$$

Nun muss das Ergebnis von oben nach unten gelesen und notiert werden, was zur Nachkommastelle  $xyz,3$  führt. Zusammengefasst folgt die Zahl  $(173,3)_8$  im Oktalsystem.

$(123, 375)_{10}$

Dez2Hexadezimalsystem:

Berechnung Vorkommastelle:

$$\begin{aligned} 123 : 16 &= 7 \text{ Rest : } \mathbf{11} = \mathbf{B}, \text{ im Hexadezimalsystem} \\ 7 : 16 &= 0 \text{ Rest : } \mathbf{7} \end{aligned}$$

Nun muss der Rest von unten nach oben gelesen und notiert werden, was zur Vorkommastelle  $7B,xyz$  führt.

Berechnung der Nachkommastelle:

$$\begin{aligned} 0,375 \cdot 16 &= \mathbf{6} \\ 0 \cdot 16 &= \mathbf{0} \text{ , Ende der Berechnung.} \end{aligned}$$

Nun müssen die Ergebnisse von oben nach unten gelesen und notiert werden, was zur Nachkommastelle  $xyz,60$  führt. Zusammengefasst folgt die Zahl  $(7B,60)_2$  im Hexadezimalsystem.

### **Konvertierungsalgorithmus:**

Grundlagen für den Algorithmus:

1.0.)

Eingabe: Es müssen zwei Ganze Zahlen aus dem Dezimalsystem größer als 0 (z. B.  $(v = 120, n = 348)_{10}$ ), eine davon ist der Vorkomma- eine der Nachkommaanteil, eingegeben werden.

1.1.)

Es muss eine Basis ( $B$ ) für die gewünschte Umrechnung gewählt werden (2, 8, 16).

1.2.)

Mittels  $p$  wird die Anzahl der Nachkommastellen angegeben.

2.0.)

Die Ausgabe soll in der gewünschten Basis ( $B$ ) erfolgen.

### Algorithmus:

DEC2BINOCTORHEX( $v, n \in \mathbb{N}, B \in \{2, 8, 16\}, p \in \mathbb{N}$ )

```
1 String t = leerer String
2 repeat
3      $r = v \bmod B$  // Division mit Rest, Rest steht danach in r
4      $v = v \operatorname{div} B$  // Ganzzahlige Division, Rest wird verworfen
5      $t = (\text{Ziffer fuer } r \text{ im Zahlensystem mit Basis } B) + t$ 
6 until  $v = 0$ 
7  $t = t+',$ 
8 Kommazahl  $k = n/10$ 
9  $i = 0$ 
10 repeat
11      $k = k \cdot B$ 
12      $r = \text{Nachkommateil von } k$ 
13      $k = k \text{ mit } 0 \text{ als Vorkommateil}$ 
14      $t = t + (\text{Ziffer fuer } r \text{ im Zahlensystem mit Basis } B)$ 
15      $i = i + 1$ 
16 until  $k = 0$  oder  $i = p$ 
17 return  $t$ 
```