

Übungen zur Vorlesung  
**Grundlagen der Informatik**  
 WS 2010/11  
 Blatt 6

Wichtige Hinweise:

- > Kennzeichnen Sie Ihre Lösungsabgabe deutlich durch die Nummer des Übungszettels, Ihre Namen, Ihre Matrikelnummern und Ihre Übungsgruppen (Nummern und Zeiten)
- > Beachten Sie die Seite: <http://homepages.fh-regensburg.de/~vok39696/ginf201011.html>

**Aufgabe 1:**

(Punkte: 4+2=6)

Welche Sprache  $L(M)$  akzeptiert folgende TM  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \#, F)$  mit  $Q = \{q_0, \dots, q_8\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $\Gamma = \{0, 1, \#\}$ ,  $F = \{q_8\}$  und  $\delta$  wie in der Tabelle definiert? Entscheidet die TM  $M$  die Sprache  $L(M)$ ? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

$\delta$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_7$	$q_8$
#	—	—	$(q_3, \#, L)$	—	$(q_5, \#, R)$	$(q_8, \#, R)$	$(q_8, \#, R)$	$(q_3, \#, R)$	—
0	$(q_1, 0, R)$	$(q_1, 0, R)$	—	—	$(q_4, 0, L)$	$(q_6, \#, R)$	$(q_7, 0, R)$	$(q_7, 0, R)$	—
1	—	$(q_2, 1, R)$	$(q_2, 1, R)$	$(q_4, \#, L)$	$(q_4, 1, L)$	$(q_8, 1, L)$	$(q_7, 1, R)$	$(q_7, 1, R)$	—

**Bonusaufgabe** (5 Punkte zusätzlich erreichbar): Ändern Sie den Eintrag  $\delta(q_7, \#) = (q_3, \#, R)$  in  $\delta(q_7, \#) = (q_3, \#, L)$  und beantworten Sie beide Fragen für die modifizierte TM.

**Aufgabe 2:**

(Punkte: 3+3=6)

- Konstruieren Sie eine TM, die bei Eingabe  $x \in \{0, 1\}^*$  als Ausgabe jede Ziffer verdoppelt liefert. Beispiel: Die Eingabe  $x_1x_2 \dots x_n$  mit  $x_i \in \{0, 1\}$  führt zu der Ausgabe  $x_1x_1x_2x_2 \dots x_nx_n$  mit  $x_i \in \{0, 1\}$ .
- Konstruieren Sie für die folgende Sprache eine TM, die die Sprache entscheidet:

$$L = \{ a^m b^m c^m \mid m \geq 1 \}$$

Erläutern Sie Ihre TMs und definieren Sie jeweils  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \#, F)$ .

**Aufgabe 3:**

(Punkte: 2+2+2=6)

Geben Sie im Folgenden die Zeit- und Platzkomplexität Ihrer in Aufgabe 2 konstruierten TM an. Zählen Sie hierfür jeweils, wie viele Schritte Ihre TM bis zum Halten durchgeführt hat (1 Schritt = 1 Zustandsübergang = 1 atomare Aktion) und wie viele Zellen auf dem Band bis zum Halten verwendet wurden (1 Zelle = 1 Speicherzelle).

- Bei Eingabe von 000, 1010 und 010010010 für die erste TM.
- Bei Eingabe von  $aabbcc$ ,  $aabbcccccccc$  und  $aaaabbbbcccc$  für die zweite TM.

3. Bei allgemeiner Eingabe mit Länge  $n$  für beide TM. Geben Sie in beiden Fällen die Komplexitäten im  $O$ -Kalkül an, d.h. jeweils in Form von  $O(f(n))$  mit  $f(n) = n^k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  und  $f(n)$  ist die minimale Funktion für die die Aussage gilt.

Begründen Sie Ihre Antworten!

**Aufgabe 4:**

(Punkte: 3+3=6)

1. Sie haben in der Vorlesung eine TM mit beidseitig unendlichem Band (Speicher) kennengelernt. Kann eine TM, die an Stelle eines beidseitig unendlichen Bandes nur ein linksseitig unendliches Band verwendet, weniger? Erläutern Sie, wie eine TM mit beidseitig unendlichem Band durch eine TM mit linksseitig unendlichem Band simuliert werden kann.

Tipp: Überlegen Sie sich, wie das Band und wie die Operationen L(inks) und R(echts) der einseitigen TM aussehen könnten, damit die Übergänge einer beidseitigen TM nachgebildet werden können.

TM mit beidseitig unendlichem Band:

$\dots$	$l_2$	$l_1$	$r_1$	$r_2$	$\dots$
---------	-------	-------	-------	-------	---------

TM mit linksseitig unendlichem Band:

$\dots$	$l_2$	$r_2$	$l_1$	$r_1$
---------	-------	-------	-------	-------

Was bedeuten wann (L)inks und (R)echts?

2. Erklären Sie, warum eine TM  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \#, F)$ , die  $O(f(n))$  Speicherplatz verwendet (also max.  $O(f(n))$  Zellen benutzt), bei Eingabe von  $x \in \Sigma^*$  nicht mehr als  $|\Gamma|^{c \cdot f(|x|)} \cdot c \cdot f(|x|) \cdot |Q|$  Schritte benötigt. Was bedeutet das für das Halteproblem?