Fachhochschule Regensburg

Fachbereich Elektrotechnik / Nachrichtentechnik

Prüfungsfach:	**Schaltungstechnik (SC), SS 1999**
Prüfungstermin:	17. Juli 1999 Studiengruppe: E5N
Prüfungsdauer:	90 Minuten (planmäßig: 10.15 - 11.45 Uhr)
Zugelassene Hilfsmittel:	Formelsammlung
Aufgabensteller:	Prof. Dr. Martin Schubert
Prüfungsteilnehmer/in:	(Bitte leserlich in Druckbuchstaben) Sem.: ____________
Name:	M a r t i n S C H U B E R T
Vorname:	M U S T E R L Ö S U N G MatNr: __________________

>>>>> **Alle Aufgabenblätter sind als Bestandteil der Lösung mit abzugeben !** <<<<<

Alle zusätzlichen Blätter können nur dann gewertet werden, wenn Sie durch Angabe des Namens, des Datums und der bearbeiteten Aufgabe **eindeutig zuzuordnen** sind !

Maximal erreichbare Punktzahl: 96 Punkte.

Runden Sie Zahlenwerte typischerweise auf drei geltende Ziffern oder auf so viele Ziffern, wie offensichtlich notwendig sind (z.B. x=0,9997, wenn das Ergebnis x<1 sein muß).

>>>>> **Rot ist Korrekturfarbe, bitte keinen Rotstift verwenden !** <<<<<

Weitere Hinweise:

Die Aufgaben sind so aufgebaut, daß Folgefehler nach Möglichkeit vermieden werden. Eine Aufgabe muß nicht in jedem Fall aufgegeben werden, wenn der Faden einmal abreißt.

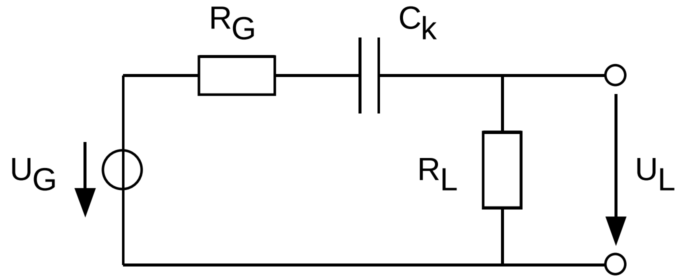
Kalkuliert wurde ein Zeitbedarf von ca. einem Punkt pro Minute. Verwenden Sie nicht zu viel Zeit für Aufgaben, die nur wenige Punkte bringen.

Hinweis zur Korrektur: „FF“ steht für Folgefehler.

Vom Prüfer auszufüllen:	Note:	Datum:	Zeichen:

1 Grundlagen (Σ=5P)

Abbildung 1.1:
Generator mit Generatorwiderstand, Koppelkondensator und Lastwiderstand.

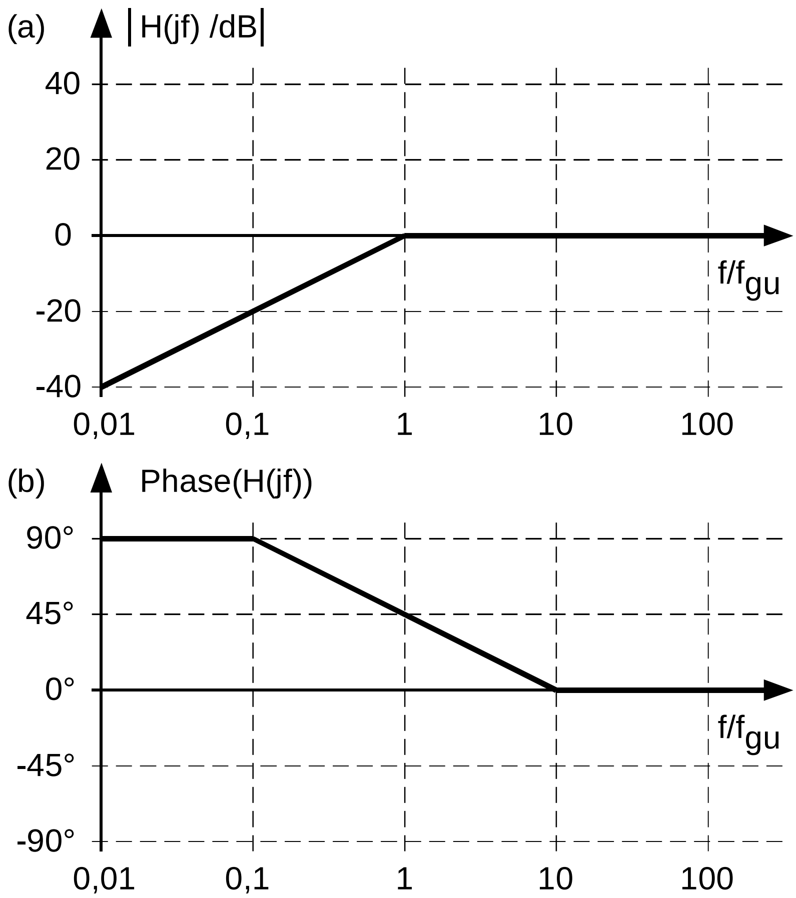


Gegeben seien R_G, R_L und f_{gu} Gemäß Abb. 1.1 Berechnen Sie den Koppelkondensator C_k so, daß ein Pol in f_{gu} entsteht. Die Herleitung muß nachvollziehbar sein. (3P)

$$U_L(s) = \frac{R_L \cdot U_G}{R_L + \left(R_G + \frac{1}{sC_k}\right)} = \frac{sR_L C_k \cdot U_G}{1 + s(R_L + R_G)C_k}, \text{ s=j}\omega\text{: } U_L(j\omega_{gu}) = \frac{j\omega_{gu} R_L C_k \cdot U_G}{1 + j\omega_{gu}(R_L + R_G)C_k} \Rightarrow$$

$$U_L(j\omega_{gu}) = \frac{j\omega_{gu} R_L C_k \cdot U_G}{1 + j\omega_{gu}(R_L + R_G)C_k} \Rightarrow 1 = 2\pi f_{gu}(R_L + R_G)C_k \Rightarrow \boxed{C_k = \frac{1}{2\pi f_{gu}(R_L + R_G)}}$$

Skizzieren Sie das Verhalten der Schaltung nach Betrag und Phase. (1P)



(1P)

Abbildung 1.2:
Bode-Diagramm:
(a) Betrag und
(b) Phase

2 HF - Verstärker mit Bipolar-Transistor (Σ=54P)

2.1 Auslegung der bipolaren Schaltung (Σ=46)

Sie sehen in Abbildung eine Empfängerschaltung. Die Antenne ist als Generator mit Innenwiderstand R_G=50Ω dargestellt, gefolgt von einer Leitung mit 50 Ω Wellenwiderstand. Um Reflexionen auf der Leitung zu vermeiden, muß diese mit einer Last von 50 Ω abgeschlossen werden.

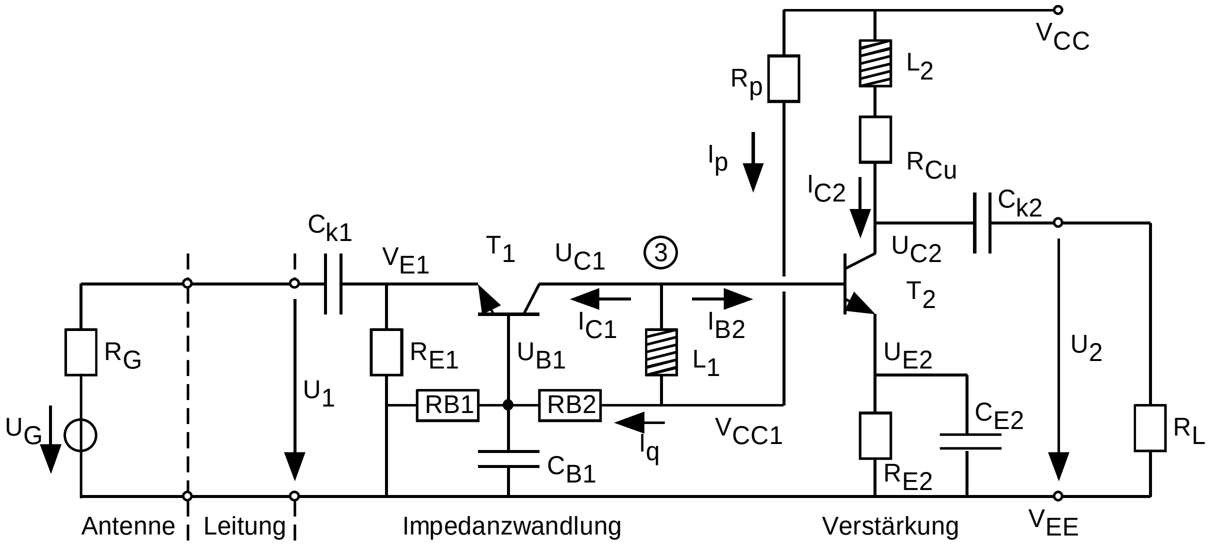


Abbildung 2: HF - Verstärker mit 50 Ω Eingangswiderstand

Gegeben:

Temperatur :	T = 300 K, -> Temperaturspannung : u_T = 26 mV,
Spannungen + Ströme:	V_{CC} = 5 V, V_{CC1} = 2,2 V, I_{C2a} = 1 mA
Transistor T_1 :	V_{A1} = 52 V (Early-Voltage), U_{BE1} = 0,67 V, β_1 = 130, $U_{CE,sat,1}$ = 0,3 V
Transistor T_2 :	V_{A2} = 52 V (Early-Voltage), U_{BE2} = 0,70 V, β_2 = 100, $U_{CE,sat,2}$ = 0,3 V
Widerstände :	R_G=50Ω, R_{E1}=100 Ω, R_{Cu}=100 Ω (= Kupferwiderst. der Indukt. L_{C2})
Kapazitäten :	C_B, C_{k1}, C_{k2} : für die interessierenden AC-Signale ist X_C = 0 Ω
Induktivitäten :	L_{C1}, L_{C2} : für die interessierenden AC-Signale ist $X_L \to \infty$.

In der gesamten Aufgabe sind immer Formel (1P) und Wert (0,5P) anzugeben.

a) Die Antennenleitung muß mit einem Lastwiderstand von 50 Ω abgeschlossen werden. Dazu ist der Eingangswiderstand von T_1, i.e. $Z_{in,T1}$, angemessen einzustellen. Mit dem Eingangswiderstand liegen auch der Kollektorstrom und die Spannung am Emitter fest. Der Index "a" steht für "im Arbeitspunkt". (Machen Sie die Näherung $I_{C1} = I_{E1} >> I_{B1}$).

$Z_{in,T1}$ = 100 Ω, weil $Z_{in,T1} \parallel R_{E1}$ = 50 Ω bei R_{E1} = 100Ω (1,5P)

$I_{C1a} = g_{m1}\, u_T = u_T / Z_{in,T1}$ = 26 mV / 100Ω = 26 mV / 100Ω = 260 μA (1,5P)

$U_{E1a} = I_{E1a} \cdot R_{E1} = I_{C1a} \cdot R_{E1}$ = 260 μA · 100Ω = 26 mV (1,5P)

b) Der Querstrom I_q durch die Widerstände R_{B1}, R_{B2} wird auf I_q = 50 µA festgelegt. Ist die Faustregel $I_q \geq 10\ I_B$ damit erfüllt? **O ja** O nein

I_{B1a}	$= I_{C1a} / ß_1 = 260\ \mu A / 130$	=	2	µA	(1,5P)

c) Berechnen Sie die Widerstände R_{B1} und R_{B2}. U_{B1a} ist auf zwei Dezimalstellen zu runden und der Einfluß von I_{B1} ist zu vernachlässigen.

U_{B1a}	$= U_{E1a} + U_{BE1a} = 0{,}026V + 0{,}670\ V = 0{,}696\ V$	=	0,7	V	(1,5P)
R_{B1}	$= U_{B1a} / I_q = 0{,}7\ V / 50\ \mu A$	=	14	KΩ	(1,5P)
R_{B2}	$= (V_{CC1} - U_{B1a}) / I_q = (2{,}2V - 0{,}7V) / 50\ \mu A$	=	30	KΩ	(1,5P)

d) Wo liegt der Arbeitspunkt V_{C1a} des Kollektors der ersten Stufe?

U_{C1a}	$= V_{CC1}$	=	2,2	V	(1P)

e) Wie groß ist U_{E2a}?

U_{E2a}	$= U_{B2a} - U_{BE2a} = V_{CC1} - U_{BE2a} = 2{,}2\ V - 0{,}7V$	=	1,5	V	(1,5P)

f) Stellen Sie den geforderten Ruhestrom von I_{C2a} = 1 mA ein.

$\underline{\mathbf{R_{E2}}}$	$= U_{E2a} / I_{E2a} \cong U_{E2a} / I_{C2a} = 1{,}5\ V / 1\ mA$	=	1,5	**KΩ**	(1,5P)

g) Wie groß ist der Basisstrom I_{B2a} der zweiten Stufe im Arbeitspunkt ?

I_{B2a}	$= I_{C2a} / ß_2 \cong I_{E2a} / ß_2 = 1\ mA / 100$	=	10	µA	(1,5P)

h) Bemessen Sie den Widerstand R_p so, daß V_{CC1} = 2,2 V wird.

I_p	$= I_q + I_{C1a} + I_{B2a} = 50\ \mu A + 260\ \mu A + 10\ \mu A$	=	320	µA	(1,5P)
R_p	$= (V_{CC} - V_{CC1}) / I_p = (5V - 2{,}2V) / 320\ \mu A$	=	8,75	KΩ	(1,5P)

i) Wo liegt der Arbeitspunkt U_{C2a} des Kollektors der zweiten Stufe ?

U_{C2a}	$= V_{CC} - I_{C2a} \cdot R_{Cu} = 5\ V - 1\ mA \cdot 100\ \Omega = 5\ V - 0{,}1\ V$	=	4,9	V	(1,5P)

j) Bei welcher Spannung $U_{C2,min}$ geht der Kollektor der zweiten Stufe in Sättigung?

$U_{C2,min}$	$= U_{E2a} + U_{CE,sat,2} = 1{,}5\ V + 0{,}3\ V$	=	1,8	V	(1,5P)

k) Wie groß ist die maximale Ausgangs-Amplitude $\hat{u}_{C2}$ der zweiten Stufe?

$\hat{u}_{C2}$	$= U_{C2a} - U_{C2,min} = 4{,}9\ V - 1{,}8\ V$	=	3,1	V	(1,5P)

l) Wie groß ist $Z_{in,T2}$, die AC - Eingangsimpedanz der 2. Stufe ?

$Z_{in,T2} = ß_2 / g_{m2} = ß_2 u_T / I_{C2a} = 100 \cdot 26\ mV / 1\ mA$ = 2,6 KΩ (1,5P)

m) Wie groß ist die AC - Ausgangsimpedanz Z_{out2} der zweiten Stufe ?

$Z_{out,2} = r_{CE2} \| (X_{L2} + R_{Cu}) \cong r_{CE2} = V_{A2} / I_{C2a} = 52\ V / 1\ mA$ = 52 KΩ (1,5P)

n) Wie groß ist der Übertragungsleitwert g_{m2} des Transistors T_2 ?

$g_{m2} = I_{C2} / u_T = 1\ mA / 26\ mV = 1 / 26\ \Omega$ = 0,0385 1/Ω (1,5P)

o) Wie groß ist die Spannungsverstärkung $A_{V2\infty}$ der zweiten Stufe für $R_L \to \infty$?

$A_{V2\infty} = g_{m2} Z_{out2} = (1/26\Omega) \cdot 52\ K\Omega$ = 2000 (1,5P)

p) Welchen gesamten Emitterwiderstand $R_{E,T1}$ ’sieht’ der Emitter von T_1 ?

$R_{E,T1} = Z_{Leitung} \| R_{E1} = 50\ \Omega \| 100\ \Omega = 50 \cdot 100\ \Omega / (50 + 100)$ = 33,3 Ω (1,5P)

q) Wie groß ist der Kleinsignalparameter r_{CE1} des Transistors T_1 ?

$r_{CE1} = V_{A1} / I_{C1a} = 52\ V / 260\ \mu A$ = 200 KΩ (1,5P)

r) Welche Ausgangsimpedanz $Z_{out,T1}$ gegen Masse 'sieht' man, wenn man in den Kollektor des Transistors T_1 schaut ?

$Z_{out,T1} = r_{CE1}\, r_{CE1} \frac{r_{m1} + R_{E,T1}}{r_{m1} + R_{E,T1} / \beta_2} = 200K\Omega \frac{100\Omega + (100/3)\Omega}{100\Omega + (100/3)\Omega / 100}$ = 266 KΩ (1,5P)

s) Wie groß ist Z_3, die Impedanz des Knotens 3 gegen Masse (auf 2 Dezimalstellen runden)?

$Z_3 = Z_{out,T1} \| Z_{in,T2} = 266\ K\Omega \| 2{,}6\ K\Omega$ = 2,6 KΩ (1,5P)

t) Zeigen Sie, daß der Übertragungsleitwert G_{m1} der ersten Stufe 0.01 Ω^{-1} beträgt.

$G_{m1} = i_{C1}/v_{E1} \cong i_{E1}/v_{E1} = g_{m1} = 260\ \mu A / 26\ mV =$ = 0,01 1/Ω (1,5P)

u) Was folgt daraus für die Spannungsverstärkung der 1. Stufe ?

$A_{V1} = G_{m1} Z_3 = 0{,}01\ \Omega^{-1} \cdot 2{,}6\ K\Omega$ = 26 (1,5P)

v) Wie groß ist die AC - Spannungsverstärkung $A_{V\infty} = v_2/v_1$ der Schaltung für $R_L \to \infty$?

$A_{V\infty} = A_{V1} \cdot A_{V2\infty} = 26 \cdot (-2000)$ = -52 000 (1,5P)

w) Wie groß ist die Kleinsignal-Ausgangsimpedanz der gesamten Schaltung ?

$Z_{out} = Z_{out,2} = r_{CE2}$ = 52 KΩ (1,5P)

x) Wie groß ist die Spannungsverstärkung der gesamten Schaltung für R_L = 52 KΩ ?

$A_V(R_L=52K\Omega) = A_{V\infty} \cdot Z_{out} / (Z_{out} + R_L) = ½ A_{V\infty}$ = -26 000 (1,5P)

y) Wie groß ist die Stromverstärkung der gesamten Schaltung für R_L = 52 KΩ ?

$A_I(R_L=52K\Omega) = A_i = A_V Z_{in} / R_L = -26000 \cdot 50\ \Omega / 52\ K\Omega$ = -25 (1,5P)

z) Wie groß ist die Leistungsverstärkung der gesamten Schaltung für R_L = 52 KΩ ?

$A_P(R_L=52K\Omega) = | A_i \cdot A_V | = 25 \cdot 26\,000$ = 650 000 (1,5P)

2.2 Berechnung der Kapazitäten bei R_L=52KΩ (Σ=8P)

Der Verstärker soll eine untere Grenzfrequenz von f_{gu}=100 KHz realisieren. Berechnen Sie die Kapazitäten C_{k1}^*, C_{k2}^* und C_{E2}^* so, daß jede einen Pol in f_{gu} erzeugt. (Formel und Wert!). (6P)

$$C_{k1}^* = \frac{1}{2\pi(R_G + Z_{in})f_{gu}} = \frac{1}{2\pi(50\Omega + 50\Omega)100KHz} = 15{,}9 \cdot 10^{-6}\frac{As}{V} = 15{,}9nF$$

$$C_{k2}^* = \frac{1}{2\pi(Z_{out} + R_L)f_{gu}} = \frac{1}{2\pi(52K\Omega + 52K\Omega)100KHz} = 15{,}3 \cdot 10^{-9}\frac{As}{V} = 15{,}3pF$$

$$g_{m,T2} = \frac{I_{C2a}}{u_T} = \frac{1mA}{26mV} = \frac{1}{26\Omega}$$

$$C_{E2}^* = \frac{1}{2\pi(r_{m,T2}||R_{E2})f_{gu}} = \frac{1 + g_{m,T2}R_{E2}}{2\pi R_{E2} f_{gu}} = \frac{1 + 1{,}5K\Omega / 26\Omega}{2\pi \cdot 1{,}5K\Omega \cdot 100KHz} = 62{,}3 \cdot 10^{-6}\frac{As}{V} = 62{,}3nF$$

Berechnen Sie nun die drei Kapazitäten C_{k1}, C_{k2} und C_{E2} so, daß sich in f_{gu} eine Dämpfung von -3dB ergibt. Begründen Sie ihr Vorgehen kurz verbal. (2P)

$C_{E2} = C_{E2}^* = 62{,}3\mu F$, weil dies die mechanisch größte Kapazität ist.

Die beiden anderen Kapazitäten werden um einen Faktor 10 vergrößert:

$C_{k1} = 10 \cdot C_{k1}^* = 159\mu F$, $C_{k2} = 10 \cdot C_{k2}^* = 153nF$

3 Kleinsignalverstärker mit JFET (Σ=19P)

Abb. 2 zeigt zwei Grundschaltungen einer Verstärkerstufe mit JFET, die sich nur in der Wahl des Drain-Widerstandes unterscheiden: Im Bildteil (a) ist es der Drain-Widerstand R_D, im Bildteil (b) wird R_D durch die Induktivität L_D ersetzt.

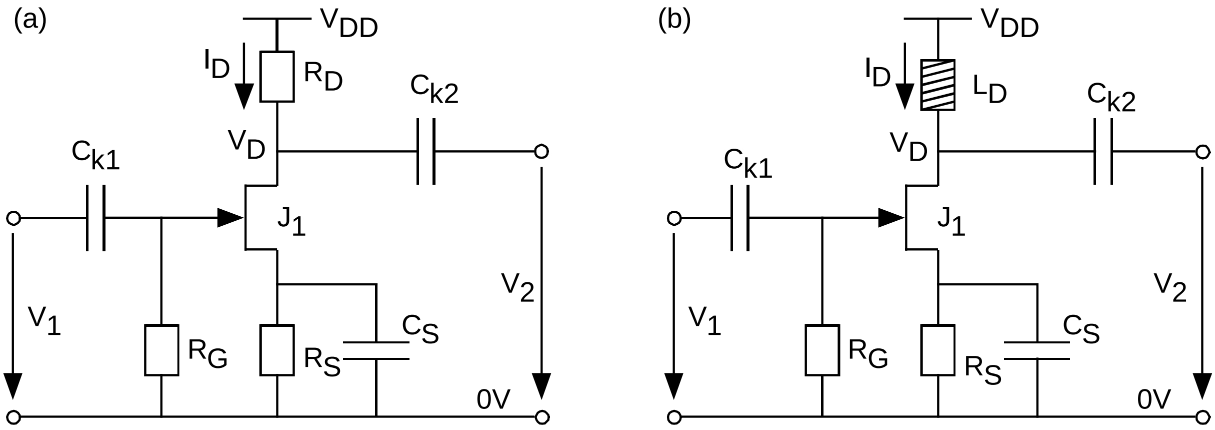


Abbildung 3: JFET - Verstärker: (a) mit Drain-Widerstand und (b) mit Induktivität

Gegeben: V_T = -2V, I_{DSS} = 10 mA, λ = 0,02 V^{-1}, V_{DD} = 5 V, $I_D = I_{Da}$ = 2,5 mA

3.1 JFET - Verstärkerstufe mit Drain-Widerstand (Σ=11P)

Drücken Sie im Folgenden alle Formeln als Funktion des gegebenen Argumentes aus.

a) Wie groß ist die Gate-Source-Spannung V_{GS} des JFETs ?

$V_{GS}(I_D) = V_T \left| 1 - \sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}} \right| = -2V \left| 1 - \sqrt{\frac{2{,}5mA}{10mA}} \right|$ = -1 V (1,5P)

b) Wie berechnet sich der Source-Widerstand R_S als Funktion von V_{GS} ?

$R_S(V_{GS})$ = VS / IS = -VGS / ID = -(-1V) / 2,5 mA = 400 Ω (1,5P)

c) Wie groß ist der Übertragungsleitwert g_m des JFETs ?

$g_m(I_D) = \frac{2}{V_T}\sqrt{I_D \cdot I_{DSS}} = \frac{2}{-2V}\sqrt{2{,}5mA \cdot 10mA}$ = 5 mS (1,5P)

d) Es sei der Arbeitspunkt V_{Da} = ½(V_{DD} + $|V_T|$). Wie groß ist der Drain-Widerstand R_D ?

V_{Da} = ½ (5V + 2V) = 3,5 V

$R_D(I_D)$ = (V_{DD} - V_{Da}) / I_D = (5V - 3,5V) / 2,5 mA = 600 Ω (1,5P)

e) Wie groß ist die Ausgangsimpedanz Z_{out} der Schaltung ? (Es gelte die Näherung $r_{DS} >> R_D$.)

$Z_{out}(R_D) = R_D \parallel r_{DS} \cong R_D$ = 600 Ω (1,5P)

f) Wie groß ist die Spannungsverstärkung $A_{V\infty}$ dieser Stufe für $R_L \to \infty$?

$A_{V\infty}(g_m, Z_{out}) = - g_m Z_{out} = - 5\ mS\ 600\ \Omega$ = -3 (1,5P)

g) Drücken Sie die Spannungsverstärkung $A_{V\infty}$ dieser Stufe für $R_L \to \infty$ als Funktion des Drain-Stromes I_D aus (nur Formel).

$$A_{V\infty}(I_D) = -g_m Z_{out} = -g_m R_D = -\frac{2}{V_T}\sqrt{I_{DSS} I_D}\,\frac{V_{DD}-V_D}{I_D} = -2\frac{V_{DD}-V_D}{V_T}\sqrt{\frac{I_{DSS}}{I_D}} \quad (1,5P)$$

h) Folgerung: Wenn wir $A_{V\infty}$ darstellen als $A_{V\infty} = const \cdot (I_D)^x$, dann ist x = -½ (0,5P)

3.2 JFET - Verstärkerstufe mit Drain-Induktivität (Σ=8P)

Wir ersetzen in obiger Schaltung den Widerstand R_D durch die Induktivität L_D.
Es gelte $X_L = \omega L_D \to \infty$. Neu berechnet werden nur die Größen, die sich ändern.

a) Wo liegt nun der Arbeitspunkt V_{Da} der Schaltung ?

$V_{Da}(I_D) = V_{DD}$ = 5 V (1,5P)

b) Wie groß ist der Kleinsignal-Widerstand r_{DS} ?

$$r_{DS}(I_D) \cong \frac{1}{\lambda I_D} = \frac{1}{0{,}02 V^{-1} 2{,}5 mA} = 20\ K\Omega \quad (1,5P)$$

c) Wie groß ist der Kleinsignal-Ausgangsimpedanz der Schaltung ?

$Z_{out}(r_{DS}) = r_{DS}$ = 20 KΩ (1,5P)

d) Wie groß ist die Spannungsverstärkung $A_{V\infty}$ dieser Stufe für $R_L \to \infty$?

$A_{V\infty}(g_m, Z_{out}) = - g_m Z_{out} = - 5\ mS \cdot 20\ K\Omega$ = - 100 (1,5P)

e) Drücken Sie die Spannungsverstärkung $A_{V\infty}$ dieser Stufe für $R_L \to \infty$ als Funktion des Drain-Stromes aus (nur Formel).

$$A_{V\infty}(I_D) = -g_m Z_{out} = -g_m r_{DS} = -\frac{2}{V_T}\sqrt{I_{DSS} I_D}\,\frac{1}{\lambda I_D} = -\frac{2}{\lambda V_T}\sqrt{\frac{I_{DSS}}{I_D}} \quad (1,5P)$$

Folgerung: Wenn wir $A_{V\infty}$ darstellen als $A_{V\infty} = const \cdot (I_D)^x$, dann ist x = -½ (0,5P)

4 Rückgekoppelte Systeme (Σ=18P)

4.1 Allgemeines (Σ=6P)

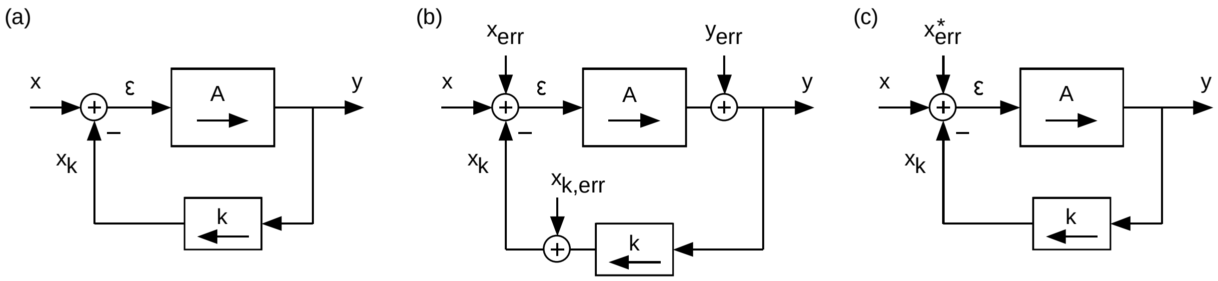


Abbildung 4.1: Regelsystem: **(a)** ideal, **(b)** mit Fehlerquellen, **(c)** alle Fehlerquellen zusammengefaßt in äquivalenten Eingangsfehler x^*_{err} .

Abb. 4.1(a) zeigt das Modell eines idealen Regelsystems. Zeigen Sie, daß die Übertragungsfunktion des gesamten Systems gegeben ist mit $A^* = A/(1+kA)$. Gegen welchen Limes strebt diese Funktion für A->∞? (3P)

$$\varepsilon = x - x_k\,, \qquad y = \varepsilon A\,, \qquad x_k = ky$$

$$y = \varepsilon A = (x - x_k)A = (x - ky)A = xA - kAy \quad => \quad y + kAy = (1+kA)y = Ax \quad =>$$

$$\boxed{y = \frac{A}{1+kA}x \xrightarrow{A\to\infty} \frac{1}{k}}$$

In Abb. 4.1(b) werden in das ideale System die Fehlerquellen x_{err}, y_{err} und $x_{k,err}$ bzw. X_{err}(s), Y_{err}(s) und $X_{k,err}$(s) eingefügt. Abb. 4.1(c) faßt alle Fehlerquellen in einem äquivalenten Eingangsfehler $X^*_{err}(s)$ zusammen, so daß $Y(s) = A^*(s)\cdot\left(X(s) + X^*_{err}(s)\right)$. Geben sie das Modell für $X^*_{err}(s)$ sowie dessen Limes für $A(s)\to\infty$ an. (2P)

$$X^*_{err}(s) = X_{err}(s) - X_{k,err}(s) + \frac{Y_{err}(s)}{A(s)} \xrightarrow{A(s)\to\infty} X_{err}(s) - X_{k,err}(s)$$

Welche der Fehlerquellen x_{err} , y_{err} , $x_{k,err}$ lassen sich durch eine hohe Verstärkung A(s) unterdrücken, welche sind durch hohe Verstärkung nicht eliminierbar? (1P)

unterdrückbar : y_{err},

nicht eliminierbar: x_{err}, $x_{k,err}$.

4.2 Anwendungsbeispiel (Σ=12P)

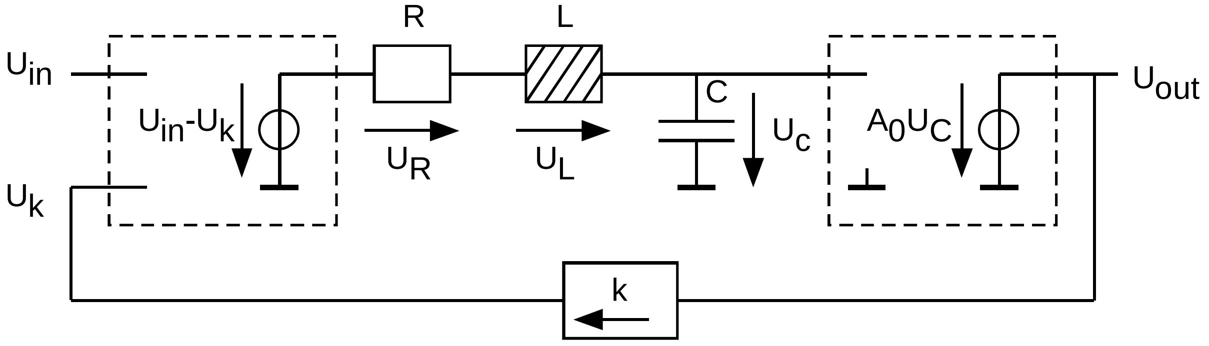


Abbildung 4.2: Schaltkreis mit Rückkopplung.

Welche Dimension hat A_0 in dem mit Spice simulierbaren Schaltkreis der Abb. 4.2? (1P)

$A_0 = U_{out} / U_C$, dimensionslos

Welche Dimension hat k im elektrischen Analogiemodell der Abb. 4.2? (1P)

$k = U_k / U_{out}$, dimensionslos

Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $A(s)=f(R,L,C,A_0)$ in Abb. 4.2.
Hinweis: $A(s)$ ist nicht $A^*(s)$! (2P)

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + sRC + s^2 LC} .$$

Stellen Sie die Übertragungsfunktion $A^*(s)$ des gesamten Systems als Funktion von R, L, C, k, A_0 auf. (2P)

$$A^*(s) = \frac{A(s)}{1 + kA(s)} = \frac{\frac{A_0}{1 + sRC + s^2 LC}}{1 + \frac{kA_0}{1 + sRC + s^2 LC}} = \frac{A_0}{1 + sRC + s^2 LC + kA_0} = \frac{A_0}{(1 + kA_0) + sRC + s^2 LC}$$

Berechnen sie die Pole $s_{p_{1,2}}$ des Systems A(s) als Funktion von R, L, C. (2P)

$$s_p^2 LC + RC \cdot s_p + 1 = 0 = s_p^2 + \frac{R}{L} s_p + \frac{1}{LC} \quad => \quad s_{p_{1,2}} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Berechnen Sie den Widerstandswert $R = R_{ap}$ als Funktion von R, L, C, für den $U_{out}(t)$ des ungeregelten Systems A(s) mit dem aperiodischen Grenzfall auf einen Sprung von $U_{in}(t)$ reagiert. ("Ungeregelt" ist das System bei $k=U_k=0$.) (1P)

$$\sqrt{\left|\frac{R_{ap}}{2L}\right|^2 - \frac{1}{LC}} = 0 \quad => \quad R_{ap} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Berechnen sie die Pole $s^*_{p_{1,2}}$ des Systems $A^*(s)$ als Funktion von L, C, k, A_0. (2P)

$$\left(s_p^*\right)^2 LC + RC \cdot s_p^* + (1 + kA_0) = 0 = \left(s_p^*\right)^2 + \frac{R}{L} s_p^* + \frac{1+kA_0}{LC} \quad => \quad s^*_{p_{1,2}} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left|\frac{R}{2L}\right|^2 - \frac{1+kA_0}{LC}}$$

Berechnen Sie den Widerstandswert $R = R^*_{ap}$ als Funktion von L, C, k, A_0, für den $U_{out}(t)$ in Abb. 4.2 mit dem aperiodischen Grenzfall auf einen Sprung von $U_a(t)$ reagiert. (1P)

$$\sqrt{\left|\frac{R^*_{ap}}{2L}\right|^2 - \frac{1+kA_0}{LC}} = 0 \quad => \quad R^*_{ap} = 2\sqrt{\frac{L}{C}(1+kA_0)}$$