Laufende Nummer

Fachhochschule Regensburg

Fachbereich Elektrotechnik / Mikroelektronik

Prüfungsfach:	**Schaltungstechnik (SC)**
Prüfungstermin:	24.01.1998, **WS 1997 / 98**
Prüfungsdauer:	90 Minuten (planmäßig: 10.45 - 12.15 Uhr)
Zugelassene Hilfsmittel:	Formelsammlung
Aufgabensteller:	Prof. Dr. M. Schubert
Prüfungsteilnehmer/in:	(Bitte leserlich in Druckbuchstaben) Sem.: ____________
Name:	M a r t i n S C H U B E R T
Vorname:	M U S T E R L Ö S U N G

>>>>> **Alle Aufgabenblätter sind als Bestandteil der Lösung mit abzugeben !** <<<<<

Alle zusätzlichen Blätter können nur dann gewertet werden, wenn Sie durch Angabe des Namens, des Datums und der bearbeiteten Aufgabe **eindeutig zuzuordnen** sind !

Maximal erreichbare Punktzahl: 100 Punkte.

Runden Sie Zahlenwerte typischerweise auf drei geltende Ziffern oder auf so viele Ziffern, wie offensichtlich notwendig sind (z.B. x=0,9997, wenn das Ergebnis x<1 sein muß).

>>>>> **Rot ist Korrekturfarbe, bitte keinen Rotstift verwenden !** <<<<<

Weitere Hinweise:

Die Aufgaben sind so aufgebaut, daß Folgefehler nach Möglichkeit vermieden werden. Eine Aufgabe muß nicht in jedem Fall aufgegeben werden, wenn der Faden einmal abreißt.

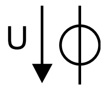
Kalkuliert wurde ein Zeitbedarf von ca. einem Punkt pro Minute. Verwenden Sie nicht zu viel Zeit für Aufgaben, die nur wenige Punkte bringen.

Hinweis zur Korrektur: „FF“ steht für Folgefehler.

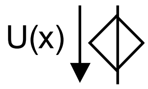
1 Symbole für Quellen (Σ=4P)

1.1 Normierte Symbole für Quellen

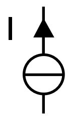
Erläutern Sie die Bedeutung der Symbole (Beispiel: pnp-Transistor). **(2)**



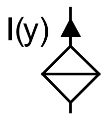
unabhängige Spannungsquelle



gesteuerte Spannungsquelle



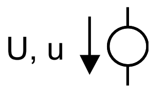
unabhängige Stromquelle



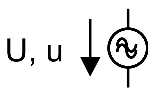
gesteuerte Stromquelle

1.2 Andere übliche Symbole für Quellen

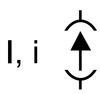
Erläutern Sie die Bedeutung der Symbole (Beispiel: pnp-Transistor). **(2)**



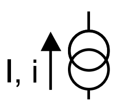
Spannungsquelle



Wechselspannungsquelle



Stromquelle



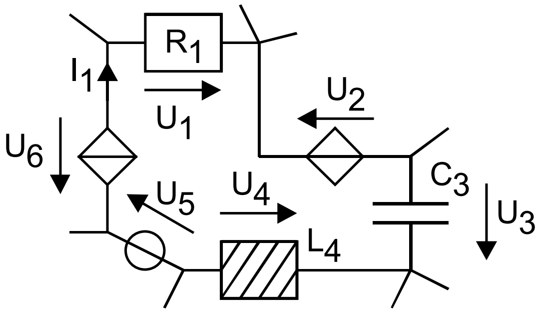
Stromquelle, die Ringe können als Symbol für den Transformator gesehen werden

2 Grundlagen Netzwerke (Σ=15P)

2.1 Kirchhoff'sche Maschenregel (Σ=3P)

Abbildung 2.1:

Spannungen einer geschlossenen Masche eines Netzwerkes



Formulieren Sie das Kirchhoff'sche Gesetz bzgl. Spannungen eines geschlossenen Umlaufes um die Masche einer Schaltung verbal. (1P)

`Die Summe aller Spannungen um eine Masche ist Null.`

. . . .

. . . .

Wenden Sie die Kirchhoff'sche Maschenregel für auf die Spannungen in Abb. 2.1 an (Formel) (1P)

$$U_1 - U_2 + U_3 - U_4 + U_5 - U_6 = 0$$

. . . .

In Abb. 2.1 sei U_1=1V, U_2=2V, U_3=3V, U_4=4V, U_5=5V. Wie groß ist U_6 ? (1P)

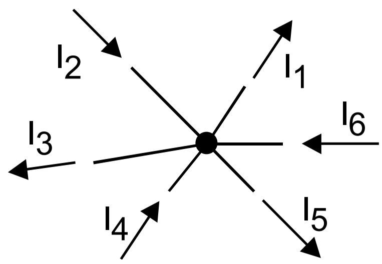
$$U_6 = U_1 - U_2 + U_3 - U_4 + U_5 = (1-2+3-4+5)V = 3V$$

. . . .

2.2 Kirchhoff'sche Knotenregel (Σ=3P)

Abbildung 2.2:

Ströme an einem Knoten eines Netzwerkes



Formulieren Sie das Kirchhoff'sche Gesetz bzgl. Strömen in einen Schaltungsknoten verbal. (1P)

`Die Summe aller Ströme in einen Schaltungsknoten ist Null.`

. . . .

Wenden Sie das Kirchhoff'sche Gesetz für auf die Situation in Abb. 2.2 an (Formel) (1P)

$$-I_1 + I_2 - I_3 + I_4 - I_5 + I_6 = 0$$

In Abb. 2.2 sei I_1=1mA, I_2=2mA, I_3=3mA, I_4=4mA, I_5=5mA. Wie groß ist I_6 ? (1P)

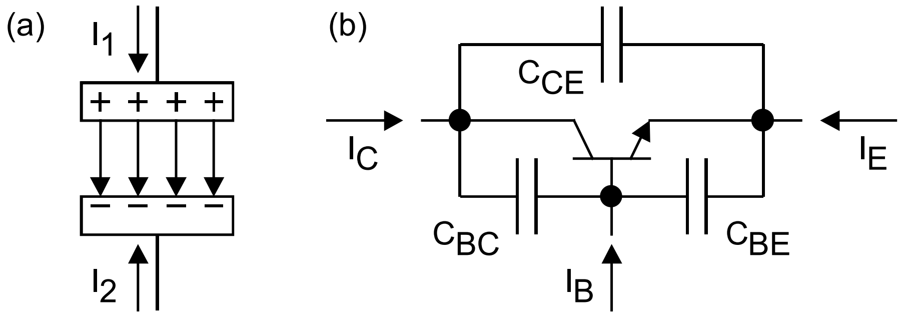
$$I_6 = I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = (1-2+3-4+5)mA = 3mA$$

2.3 Ströme und Ladungen eines Bauelementes (Σ=4P)

Abbildung 2.3:

(a) Kapazität.

(b) Bipolartransistor, interne Kapazitäten explizit gezeichnet



Wie groß ist die Summe I_{gesamt} aller Ströme (i.e. I_1, I_2) in die Kapazität in Abb. 2.3(a) ? (1P)

$I_{gesamt} = I_1 + I_2 = 0$

Wie groß ist die Ladung Q_1 auf der oberen Kondensatorplatte als Funktion von I_1 (Formel)? (1P)

$$Q_1 = \int I_1 dt$$

Wie groß ist die gesamte Ladung $Q_{gesamt}(I_{gesamt})$ in der Kapazität in Abb. 2.3(a) ? (1P)

$$Q_{gesamt} = \int I_{gesamt} dt = \int 0 dt = 0$$

Wie groß ist die Summe I_{gesamt} aller Ströme (i.e. I_C, I_B, I_E) in den Transistor in Abb. 2.3(b)? (0,5P)

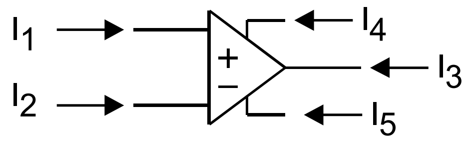
$I_{gesamt} = I_C + I_B + I_E = 0$

Wie groß ist die gesamte Ladung $Q_{gesamt}(I_{gesamt})$ in dem Transistor in Abb. 2.3(b) ? (0,5P)

$$Q_{gesamt} = \int I_{gesamt} dt = \int 0 dt = 0$$

2.4 Ströme und Ladungen einer Schaltung (Σ=2P)

Abbildung 2.4:
Operationsverstärker



Wie groß ist die Summe aller Ströme in eine Schaltung aus diskreten Komponenten, z.B. den OP in Abb. 2.4 ? (Es bestehen keine galvanischen Verbindungen oder kapazitive Kopplungen zum Umfeld der Schaltung als den eingezeichneten.)

Formel allgemein: $\sum_k I_k = 0$ (0,5P)

Formel bezogen auf Abb. 2.4: $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0$ (0,5P)

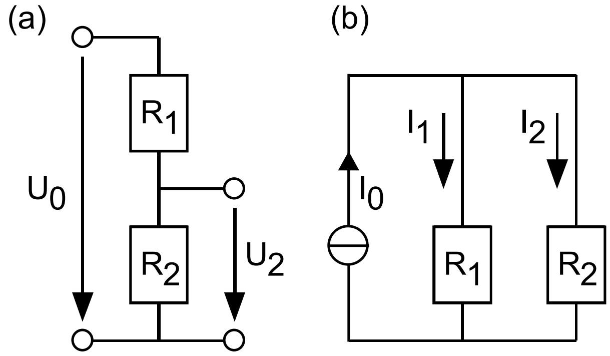
Wie groß ist die gesamte Ladung $Q_{gesamt}(I_{gesamt})$ einer Schaltung, z.B. des OPs in Abb. 2.4? (1P)

$$Q_{gesamt} = \int \sum_k I_k \, dt = \int 0 dt = 0$$

2.5 Spannungs- und Stromteiler (Σ=3P)

Es sei $G_1 = 1/R_1$ und $G_2 = 1/R_2$.

Abbildung 2.5:
a) Spannungsteiler
b) Stromteiler



Wie groß ist U_2 als Funktion von G_1, G_2, U_0 in Abb. 2.5(a) ? (1P)

$$U_2 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} U_0$$

Wie groß ist I_1 als Funktion von G_1, G_2, I_0 in Abb. 2.5(b) ? (1P)

$$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} I_0$$

Wie groß ist I_2 als Funktion von R_1, R_2, I_0 in Abb. 2.5(b) ? (1P)

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_0$$

3 Miller-Effekt (Σ=11P)

3.1 Herleitung (Σ=5P)

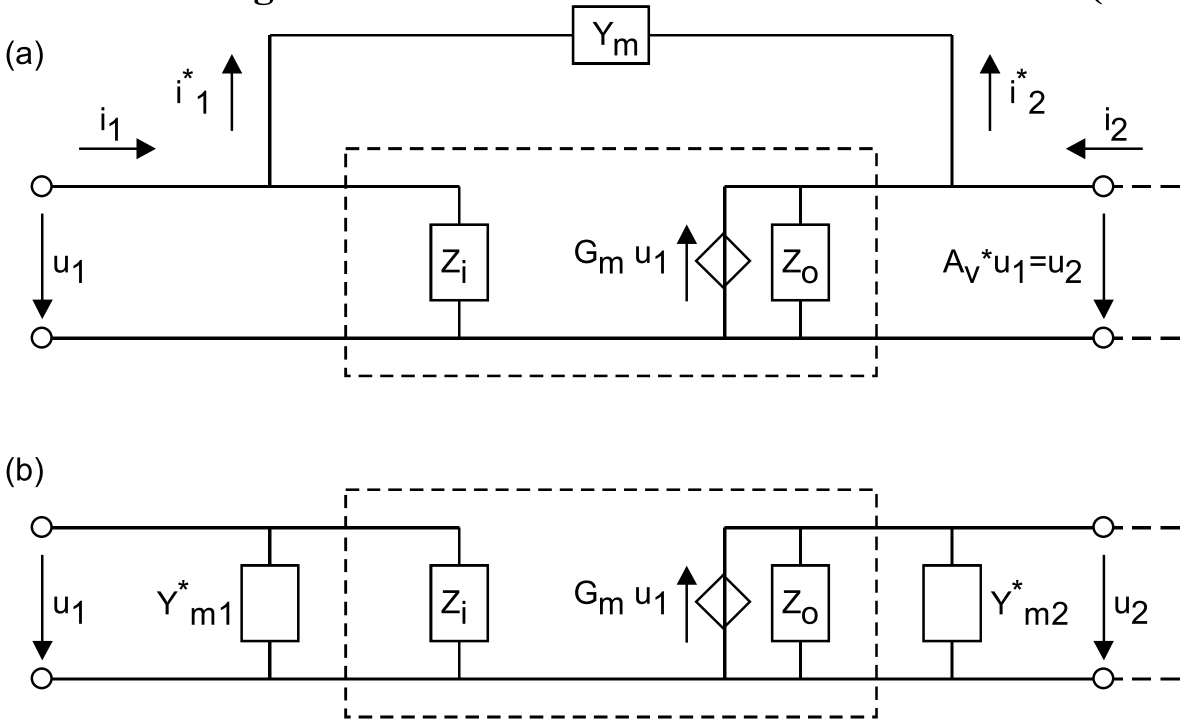


Abbildung 3.1: **(a)** Leitwert Y_m über einem Schaltungsteil mit $u_2 = A_v\, u_1$,
(b) Umformung der Schaltung nach Miller.

Abb. 3.1(a) zeigt eine Schaltung mit $u_2 = A_v\, u_1$ und einem Leitwert Y_m zwischen u_1 und u_2. Diese Schaltung läßt sich nach dem Theorem von Miller in die Schaltung von Abb. 3.1(b) umformen. Zeigen Sie, daß $Y^*_{m1} = (1-A_v)Y_m$. (3P)

$$\begin{aligned} i_1^* &= (u_1 - u_2)Y_m \\ &= (u_1 - A_v u_1)Y_m \\ &= u_1(1 - A_v)Y_m \\ Y_{m1}^* &= i_1^* / u_1 = (1 - A_v)Y_m \end{aligned}$$

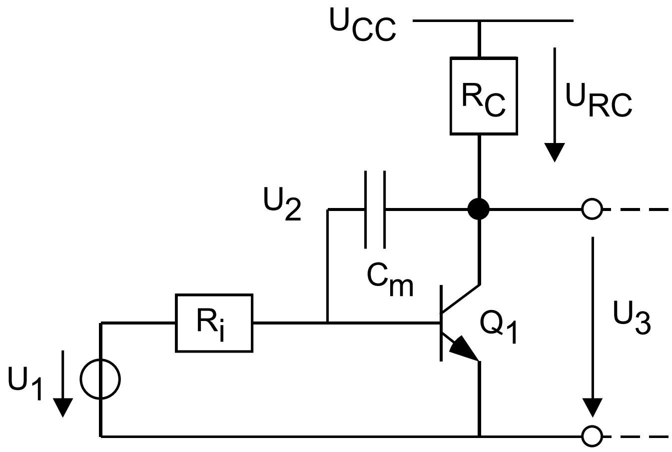
Berechnen Sie Y^*_{m2} als Funktion von A_v und Y_m. (2P)

$$\begin{aligned} i_2^* &= (u_2 - u_1)Y_m \\ &= (u_2 - u_2 / A_v)Y_m \\ &= u_2(1 - 1/A_v)Y_m \qquad => \qquad Y_{m2}^* = i_2^* / u_2 = (1 - 1/A_v)Y_m \end{aligned}$$

3.2 Miller-Effekt Anwendung (Σ=6P)

Abbildung 3.2:

Schaltung mit Miller-Kondensator



Die Schaltung in Abb. 3.2 habe eine Verstärkung von $|A_v|$=200. Für R_i = 220 Ω soll durch R_i und die nachfolgende kapazitive Last ein Pol in f_{p1} = 1 KHz entstehen.

Wie groß muß C^*_{m1} sein ? (1P)

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi R_i C^*_{m1}}$$

$$C^*_{m1} = \frac{1}{2\pi R_i f_{p1}} = \frac{1}{2\pi \cdot 220\frac{V}{A} \cdot 1000\frac{1}{s}} = 723nF$$

Wie groß wählen Sie C_m? (2P)

$$C^*_{m1} = (1 - A_v)C_m$$

$$C_m = \frac{C^*_{m1}}{1 - A_v} = \frac{C^*_{m1}}{1 - (-200)} = \frac{723nF}{201} = 3{,}60nF$$

Es ist I_C=1mA bei u_T=kT/q=25mV. Ferner ist der Innenwiderstand des Transistors $r_{CE} >> R_C$. Wie groß ist R_C ? (3P)

$$g_m = \frac{I_C}{u_T} = \frac{1mA}{25mV} = 40mS$$

$$A_v = g_m(R_C || r_{CE}) \cong g_m R_C \quad => \quad R_C = \frac{A_v}{g_m} = \frac{200}{40mS} = 5000\Omega$$

4 Schaltungen mit bipolaren Bauelementen (Σ=29P)

4.1 Mehrfacher Stromspiegel (Σ=9P)

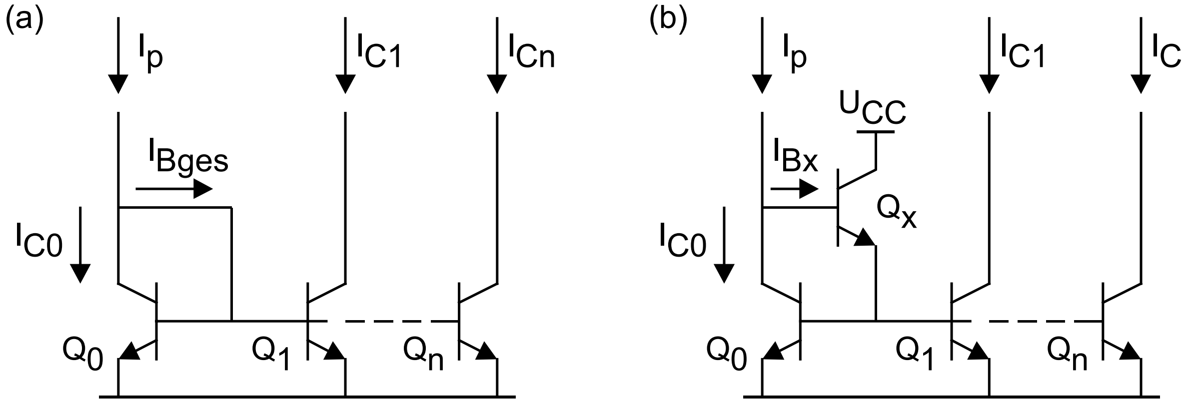


Abbildung 4.1: (a) Mehrfachspiegelung, **(b)** Mehrfachspiegelung mit Puffer-Transistor

Abb. 4.1(a) zeigt n+1 identische Transistoren $Q_0 ... Q_n$ mit $I_{Ci}=I_{Cj}$ (i,j=0...n). Berechnen Sie den Strom I_{Bges} als Funktion von n, ß, I_{C0}. (2P)

$$I_{Bges} = (n+1) I_B = \frac{n+1}{\beta} I_{C0}$$

Wie groß ist der Polarisierungsstrom I_p als Funktion von n, ß, I_{C0} ? (2P)

$$I_p = I_{C0} + I_{Bges} = (n+1) I_B = \left(1 + \frac{n+1}{\beta}\right) I_{C0}$$

Von einem idealen Stromspiegel erwarten wir $I_{Ci}=I_p$ für i=1...n. Wie groß ist der relative Fehler F_1 als Funktion von n und ß bei dem Stromspiegel in Abb. 4.1(a) bezogen auf Ip ? (3P)

$$F_1 = \frac{I_{C0} - I_p}{I_p} = \frac{(I_p - I_{Bges}) - I_p}{I_p} = \frac{-I_{Bges}}{I_p} = \frac{-\frac{n+1}{\beta} I_{C0}}{\left(1 + \frac{n+1}{\beta}\right) I_{C0}} = -\frac{1}{1 + \frac{\beta}{n+1}}$$

Wie groß ist der relative Fehler F_2 als Funktion von n, ß in Abb. 4.1(b), wenn der Transistor Q_x identische Eigenschaften hat wie alle anderen Transistoren der Schaltung ? (2P)

$$F_2 = \frac{F_1}{\beta} = -\frac{1}{\beta\left(1 + \frac{\beta}{n+1}\right)}$$

4.2 Schaltungsverständnis und Vorspannungserzeugung (Σ=10P)

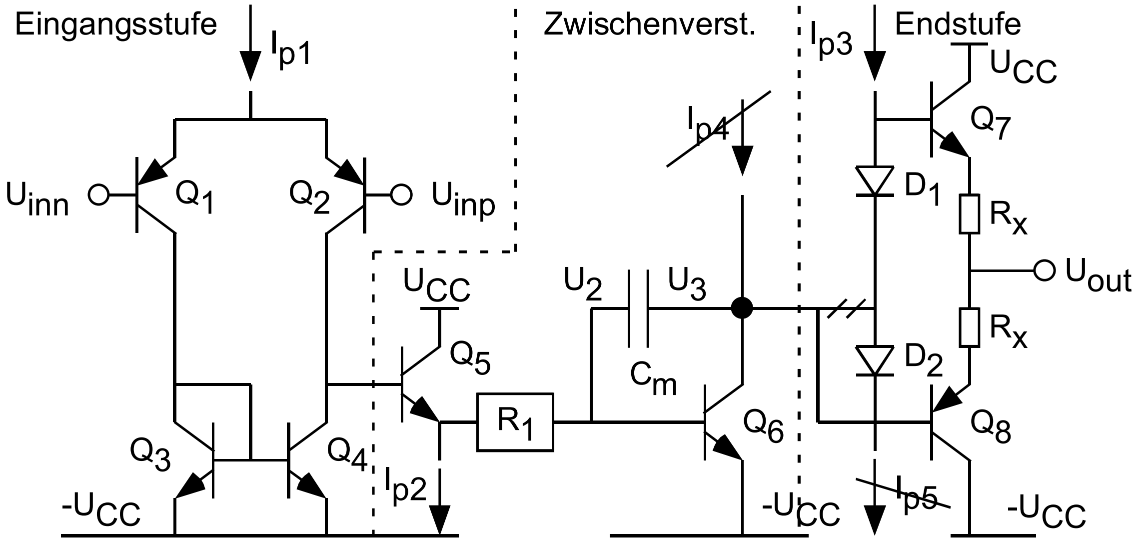


Abbildung 4.2: Verstärkerschaltung

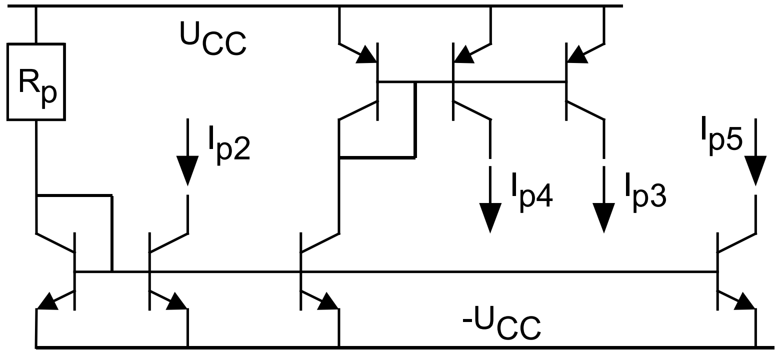
Kennzeichnen Sie durch gestrichelte Linien und Stichworte Eingangsstufe, Zwischenverstärker und Endstufe in Abb. 4.2. (Hinweis: Q_5 gehöre in diesem Fall nicht zur Eingangsstufe.) (2P)

Die Schaltung in Abb. 4.2 ist unnötig kompliziert. Zeichen Sie eine kleine Änderung ein und streichen Sie zwei Stromquellen heraus, ohne die Funktion zu verändern. (2P)

Zeichen Sie zwei zusätzliche Widerstände R_x zur Ruhestrombegrenzung der Endstufe ein. (1P)

Wählen Sie durch Unterstreichen die Größe dieser Widerstände: **<u>0,22Ω</u>**, 22Ω, 2,2K, 220KΩ. (1P)

Konstruieren Sie mit einem Widerstand und einigen bipolaren Transistoren eine Schaltung zur Erzeugung der Stromquellen I_{px}, wobei $I_{px}\cong 1\text{mA}$ bei $U_{CC}=6\text{V}$ und $U_{BEx}\cong 0{,}7\text{V}$ für alle x=1...5 ist. (Vergessen Sie nicht, den Widerstand zu berechnen!) (4P)



$$R_p = \frac{U_{CC}-(-U_{CC})-0{,}7\text{V}}{I_{p0}} = \frac{6\text{V}-(-6\text{V})-0{,}7\text{V}}{1\text{ mA}} = 11{,}3\text{ KOhm}$$

4.3 Harmonischer Oszillator (Σ=10P)

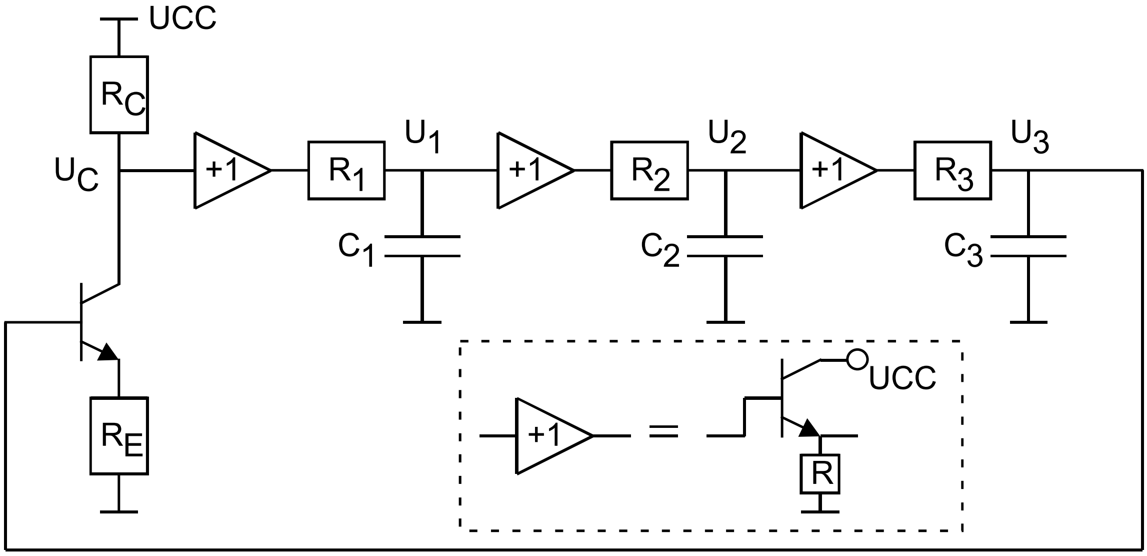


Abbildung 4.3: Harmonischer Oszillator

Für den Oszillator in Abb. 4.3 sei $R_1C_1 = R_2C_2 = R_3C_3$. Welche Phasendrehung ϕ_o muß jedes dieser R_iC_i-Glieder verursachen, um eine harmonische Oszillation zu ermöglichen? (2P)

ϕ_o = -180°/ 3 = -60°

Welchen Betrag $|H(j\omega_o)|$ liefert der Amplitudengang der Übertragungsfunktion eines R_iC_i-Gliedes (i=1...3), wenn der Phasengang ϕ_o liefert ? (4P)

$$H_x(j\omega) = \frac{1/j\omega C_x}{R_x + 1/j\omega C_x} = \frac{1}{1 + j\omega R_x C_x} \quad \text{für} \quad x=1, 2, 3$$

$$\phi_{0x}(j\omega_o) = -60° = -\arctan \omega_o R_x C_x \qquad => \qquad \omega_o R_x C_x = \tan 60° = \sqrt{3}$$

$$\left|H_x(j\omega_o)\right| = \frac{1}{\sqrt{1^2 + (\omega R_x C_x)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+3}} = \frac{1}{2} \quad \text{für} \quad x=1, 2, 3$$

Welche AC-Verstärkung $|A_{vo}|$ muß die Transistorstufe bringen, um eine geschlossene Schleifenverstärkung von **1** zu erzielen ? (1P)

$1 = |A_{vo}| \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5$ => $|A_{vo}| = 8$.

Es sei R_E=1 KΩ in Abb. 4.3 sei. Bei der gewählten Frequenz können die internen Kapazitäten des Bipolartransistors vernachlässigt werden. Wie groß muß R_C gewählt werden, um oben berechnetes A_{vo} zu erhalten ? (3P)

$A_{vo} = -R_C/R_E$, wenn $|A_{vo}|=8$ dann ist $R_C = 8\ R_E = 8$ KΩ .

5 Operationsverstärker (Σ=18P)

5.1 Einfacher Komparator (Σ=2P)

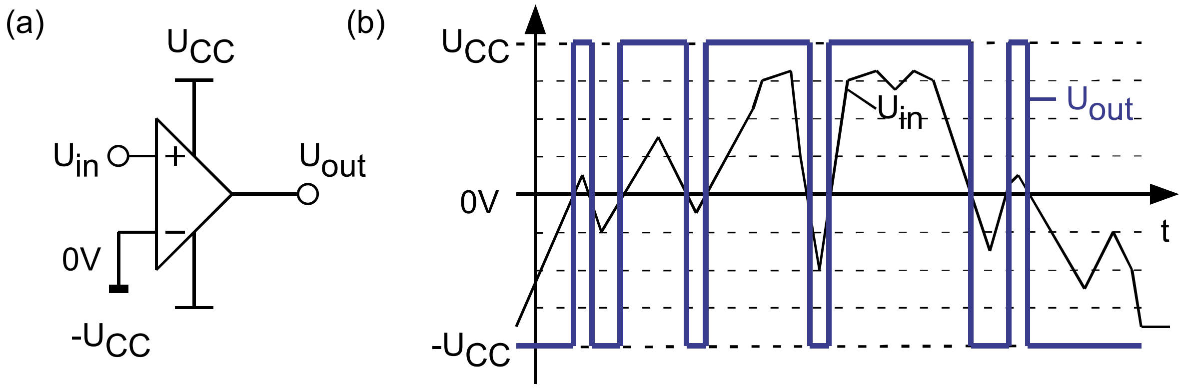


Abbildung 5.1: **(a)** Komparator mit Operationsverstärker und **(b)** Schaltverhalten

Abb. 5.1(a) zeigt einen Operationsverstärker mit symmetrischer Betriebsspannung. Der OP sei ideal mit einem echten Rail-to-Rail Ausgangsverhalten. Zeichnen Sie in Abb. 5.1(b) das Ausgangssignal U_{out} ein. (2P)

5.2 Komparator mit Hysterese (Σ=4P)

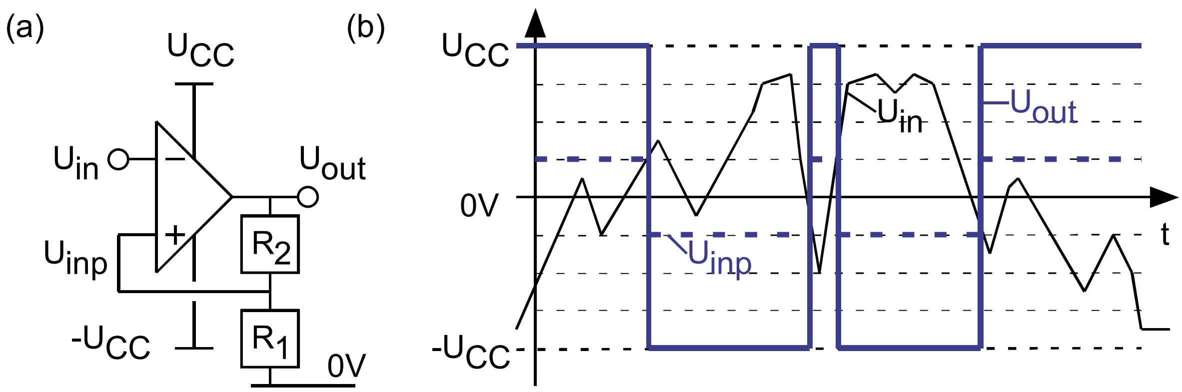


Abbildung 5.2: **(a)** Komparator mit Operationsverstärker und **(b)** Schaltverhalten

Abb. 5.2(a) zeigt einen Operationsverstärker mit symmetrischer Betriebsspannung. Der OP sei ideal mit einem echten Rail-to-Rail Ausgangsverhalten.

Wie nennt man eine solche Schaltung, die Hysterese durch positive Rückkopplung erzeugt? (1P)

Schmitt-Trigger

Zeichnen Sie in Abb. 5.2(b) die Signale U_{inp} und U_{out} für $R_2 = 3R_1$ ein. (3P)

5.3 Oszillator (Σ=6P)

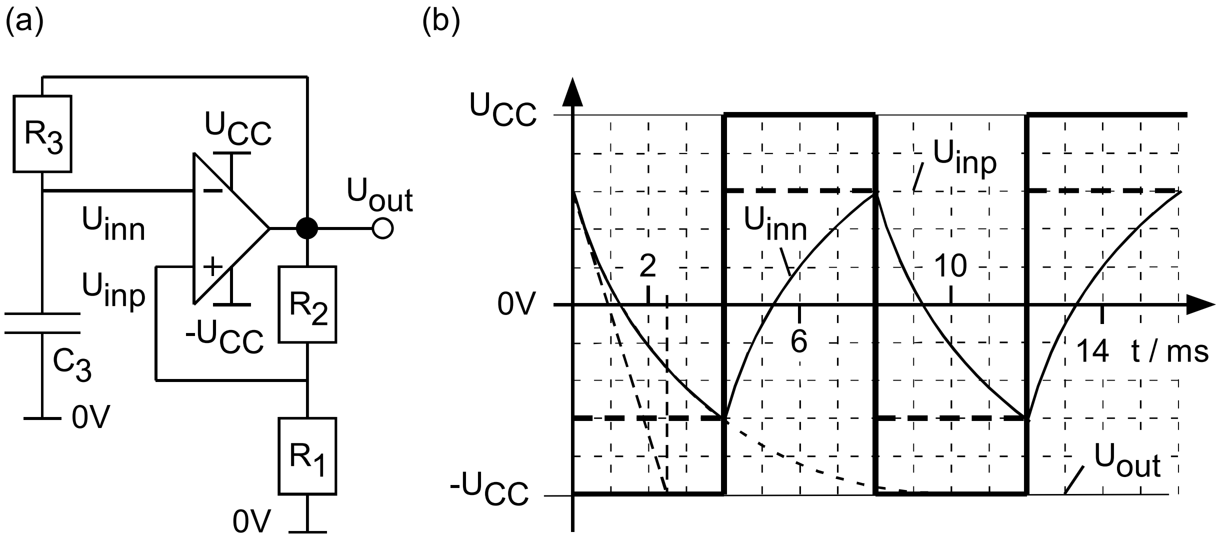


Abbildung 5.3: Oszillator mit Operationsverstärker

Mit welcher Frequenz schwingt der Oszillator in Abb. 5.3(a) gemäß dem Diagram in Abb. 5.3(b) ? (1P)

f = 1 / 8 ms = 125 Hz

Lesen Sie aus dem Diagram in Abb. 5.3(b) die Zeitkonstante des R_3C_3-Gliedes ab: (2P)

R_3C_3 = 2,5 ms .

R_3 = 10 KΩ, wie groß ist C_3 ? (1P)

C_3 = 2,5 ms / R_3 = 2,5 ms / 10 KΩ = 250 nF

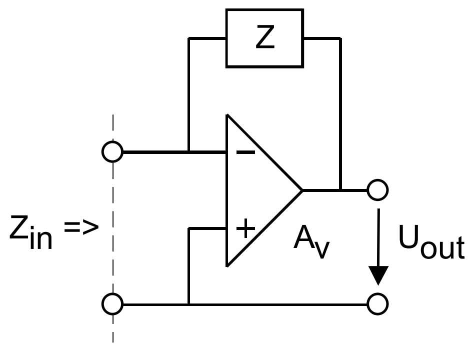
R_1 = 30 KΩ, wie groß ist R_2 ? (2P)

$$\frac{U_{inp}}{U_{out}} = \frac{3}{5} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad => \qquad R_2 = 2\ K\Omega$$

5.4 Negative Rückkopplung (Σ=2P)

Abbildung 5.4:

Operationsverstärker mit Rückkopplung auf den negativen Eingang



Der Operationsverstärker in Abb. 5.4 sei ideal bis auf eine endliche Verstärkung A_v. Wie groß ist die Eingangsimpedanz der gezeigten Schaltung ? (1P)

$$Z_{in} = \frac{Z}{1 - A_v}$$

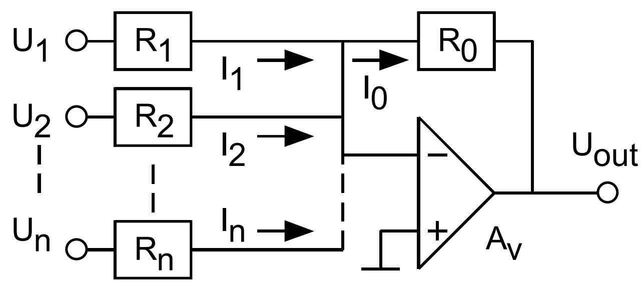
Was muß passieren, damit der sogenannte „virtuelle Kurschluß" bei |Z|>0 wirklich ein Kurzschluß - also 0Ω - ist ? (1P)

$A_v \to \infty$.

5.5 Summierer (Σ=4P)

Abbildung 5.5:

Operationsverstärker als Summierer



Gegeben ist der Summierer in Abb. 5.5 mit $A_v \to \infty$, n Eingangsspannungen und n Eingangswiderständen R_k. Welche Eingangsimpedanz Z_k belastet die Spannungsquelle U_k (k=1...n) ? (1P)

$Z_k = R_k$

Geben Sie die Formel für U_{out} als Funktion von $U_1 \ldots U_n$ und $R_0 \ldots R_n$ an. (3P)

$$U_{out} = -R_0 I_0 = -R_0 \sum_{k=1}^{n} I_k = -R_0 \sum_{k=1}^{n} \frac{U_k}{R_k}$$

6 Kompensation (Σ 15P)

6.1 Durchführung der Kompensation (Σ=5P)

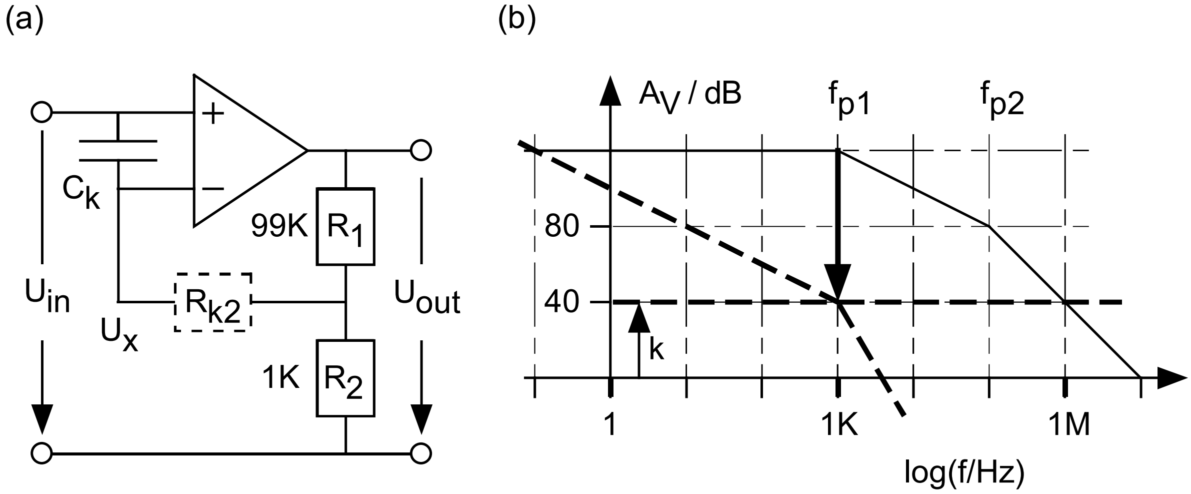


Abbildung 6: (a) Verstärker mit OP und Kompensationskapazität C, **(b)** Amplitudengang

Abb. 6(b) zeigt die offene Schleifenverstärkung $|A_v(f)|$ des Operationsverstärkers in Abb. 6(a). Aus Gründen der Stabilität wurde die Kompensationskapazität C_k eingebaut.

Kennzeichnen Sie in Abb. 6(b) durch einen Pfeil das entscheidende Kriterium, in welcher Frequenz die offene Schleifenverstärkung wie weit gedrückt werden muß, um dem System eine Phasenreserve von 45° zu verleihen. (1P)

Zeichnen Sie in Abb. 6(b) die offene Schleifenverstärkung des kompensierten Systems ein. (1P)

Ermitteln Sie aus der Graphik den neuen Pol f_{p1}^* des Systems mit Rückkopplungsnetzwerk. (1P)

$$f_{p1}^* = 0{,}1 \text{ Hz}$$

Berechnen Sie den effektiven Widerstand $R_{k,eff}$ des Tiefpasses, der den neuen Pol verursacht (nachvollziehbare Formel und Wert). (1P)

$$R_{k,eff} = R_1 \| R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1K\Omega \cdot 99K\Omega}{1K\Omega + 99K\Omega} = 0{,}99K\Omega$$

Berechnen Sie C_k. (1P)

$$C_k = \frac{1}{2\pi R_{k,eff} f_{p1}^*} = \frac{1}{2\pi 0{,}99K\Omega 0{,}1Hz} = 161\mu F$$

6.2 Rückwirkung der Kapazität auf den Eingang (Σ=10P)

Der Eingang ist nun durch die Kapazität C_k belastet. Berechnet werden soll die effektive Kapazität C^*_k, welche von der Quelle aus gemessen wird.

Die geschlossene Schleifenverstärkung A^*_v von U_{in} nach U_{out} ist

$$A_v^* = \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{A_v}{1+kA_v} \quad .$$

Beachten Sie, daß in diesem Falle A_v positiv ist (Nicht-Invertierer!). Wie groß ist die geschlossene Schleifenverstärkung U_{in} nach U_x , also $A^*_{vx} = U_{out}/U_x$? (Nur Formel) (2P)

$$A_{vx}^* = \frac{U_{xt}}{U_{in}} = \quad kA_v^* = \frac{kA_v}{1+kA_v}$$

Für das interessierende Frequenzband sei A_v=100dB in Abb. 6(a). Berechnen Sie A^*_{vx} . (1P)

$$A_{vx}^* = \frac{U_{xt}}{U_{in}} = \quad \frac{10^{-2}\cdot 10^5}{1+10^{-2}\cdot 10^5} = \frac{1000}{1+1000} = 0{,}999$$

Wie groß ist mit diesem A_v die effektive Kapazität C^*_k, welche von der Quelle aus gemessen wird ? Gefragt sind Formel und Wert. (Ein möglicher Weg: Miller-Effekt) (2P)

$$C_k^* = \quad C_k(1-kA_{vx}^*) = 161\mu F(1-0{,}999) = 161nF$$

Die Kapazität C_k ist uns elektrisch und mechanisch zu groß. Durch Einbau eines weiteren Widerstandes R_{k2} läßt sie sich verringern. Zeichen Sie in Abb. 6(a) ein, wo Sie diesen Widerstand einbauen. (1P)

Berechnen Sie R_{k2} so, daß die gleiche Wirkung, wie sie im Diagram des Amplitudengangs in Abb. 6(b) gezeigt ist, mit einer Kompensationskapazität von 10 nF erzielt wird. (4P)

$$f_{p1}^* = \frac{1}{2\pi R_{k,eff} C_k}$$

$$R_{k,eff} = \frac{1}{2\pi f_{p1}^* C_k} = \frac{1}{2\pi\cdot 0{,}1Hz\cdot 10nF} = 159K\Omega$$

$$R_{k,eff} = R_{k2} + R_1 \| R_2$$

$$R_{k2} = R_{k,eff} - R_1 \| R_2 = 159K\Omega - 0{,}99K\Omega = 158K\Omega$$

7 Rauschen (Σ=8P)

Zur Aufnahme von Vogelstimmen richten Sie ein Mikrophon auf die weit entfernte Schallquelle. Sie stellen fest, daß aufgrund des Eigenrauschens des Mikrophons nur ein Signal-Rausch-Abstand von **$SNR_1=P_{signal,1}/P_{noise,1}$=20dB** erzielt wurde, obwohl Ihr Aufzeichnungsgerät mehr als 60 dB ermöglicht. (Der Index „signal“ steht für das empfangene Nutzsignal, der Index „noise“ kennzeichnet das Rauschsignal.)

Geben Sie die Verhältnisse der mittleren Spannungen $U_{signal,1}/U_{noise,1}$ und der mittleren Signalleistungen $SNR_1 = P_{signal,1}/P_{noise,1}$ als Faktor an (nicht in dB!).

$$\frac{U_{signal,1}}{U_{noise,1}} = 10^{\log_{10}(SNR_1/20)} = 10^{\log_{10}(20/20)} = 10^1 = 10 \qquad \text{(1P)}$$

$$SNR_{10} = \frac{P_{signal,1}}{P_{noise,1}} = 10^{\log_{10}(SNR_1/10)} = 10^{\log_{10}(20/10)} = 10^2 = 100 \qquad \text{(1P)}$$

Für die nächste Aufzeichnung fertigen Sie ein Array aus 10 x 10 gleichartigen Mikrophonen, welche so angeordnet sind, daß jedes die gleiche Signalinformation $U_{signal,1}$ empfängt.

Geben Sie die Verhältnisse der mittleren Spannungen $U_{signal,100}/U_{noise,100}$ als Funktion von $U_{signal,1}/U_{noise,1}$ an (als Faktor nicht in dB).

$$\frac{U_{signal,100}}{U_{noise,100}} = \frac{100U_{signal,1}}{\sqrt{100}U_{noise,1}} = 10\frac{U_{signal,1}}{U_{noise,1}} \qquad \text{(1P)}$$

Erzielte Verbesserung bei 100 Sensoren im Vergleich zu 1 Sensor in dB: 20 (1P)

Geben Sie die Verhältnisse der mittleren Signalleistungen $P_{signal,100}/P_{noise,100}$ als Funktion von $P_{signal,1}/P_{noise,1}$ an (als Faktor nicht in dB). (1P)

$$SNR_{100}(SNR_1) = \frac{P_{signal,100}}{P_{noise,100}} = \frac{100^2 U^2_{signal,1}}{100U^2_{noise,1}} = 100\frac{P_{signal,1}}{P_{noise,1}} = 100 \cdot SNR_1$$

Erzielte Verbesserung bei 100 Sensoren im Vergleich zu 1 Sensor in dB: 20 (1P)

Um wie viel dB verbessert sich der Signal-Rausch-Abstand, wenn man von einem Mikrophon zu einem Array von m gleichartigen Mikrophonen übergeht?

$$\frac{SNR_m}{SNR_1} = \frac{P_{signal,m} / P_{noise,m}}{P_{signal,1} / P_{noise,1}} = \frac{m^2 P_{signal,1} / mP_{noise,1}}{P_{signal,1} / P_{noise,1}} = \frac{m^2}{m} = m \qquad \text{(1P)}$$

Erzielte Verbesserung bei m Sensoren im Vergleich zu 1 Sensor in dB: $10 \log_{10}(m)$ (1P)