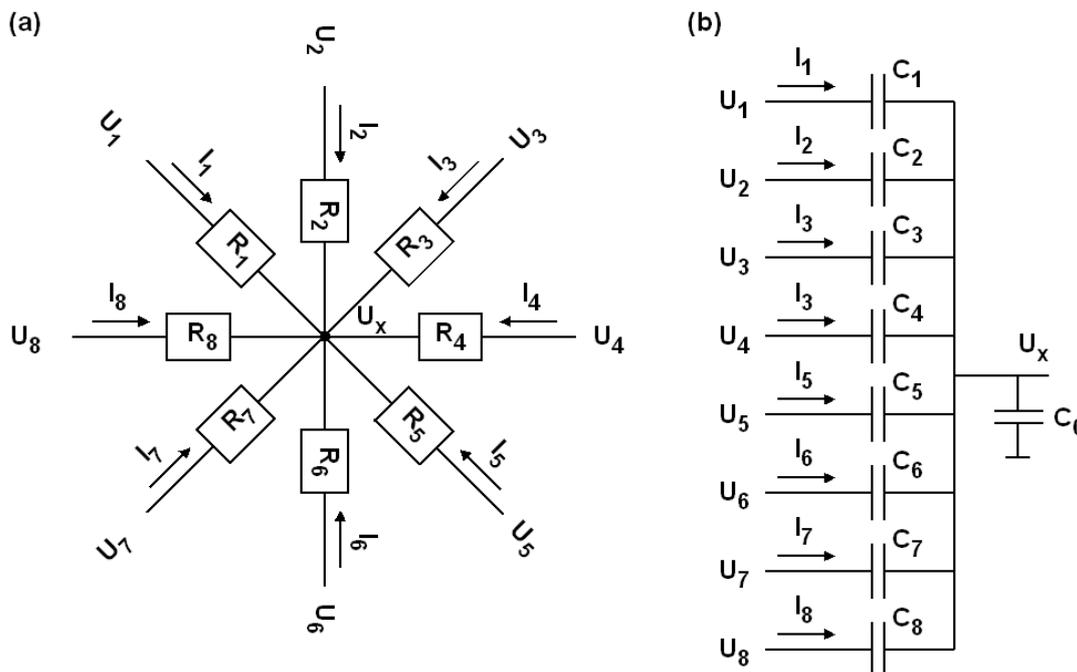




# 1 Grundlagen: Kirchhoff

(Σ=20P)



**Bild 1:** (a) Stromsumme und (b) Ladungssumme im Knoten  $x$  mit Spannung  $U_x$ .

- (a) Bild 1 (a) zeigt einen Knoten, in den über die 8 Widerstände  $R_k$  die Ströme  $I_k$  fließen,  $k=1..8$ . Berechnen Sie nach Kirchhoff die Spannung  $U_x$  am inneren Kreuzknoten als Funktion von  $U_1, \dots, U_8$ . Tipp: Es rechnet sich leichter mit den Leitwerten  $G_k = 1/R_k$ . Sie dürfen die Symbole  $G_{sum}$  und  $R_{par}$  für  $G_{sum} = \sum_{k=1}^8 G_k$  und  $R_{par} = 1/G_{sum}$  verwenden.

(6P)

$$0 = \sum_{k=1}^8 I_k = \sum_{k=1}^8 G_k \cdot (U_k - U_x) = \sum_{k=1}^8 G_k \cdot U_k - U_x \sum_{k=1}^8 G_k \tag{2P}$$

$$U_x = \frac{\sum_{k=1}^8 G_k \cdot U_k}{\sum_{k=1}^8 G_k} = \frac{\sum_{k=1}^8 G_k \cdot U_k}{G_{sum}} = R_{par} \sum_{k=1}^8 G_k \cdot U_k \tag{2P}$$

- (b) Wir wollen das Netzwerk in Bildteil (a) als D/A-Wandler verwenden. Die Spannungen  $U_k$ ,  $k=1..8$ , in Bildteil (a) können nur die Werte 0V und 1V annehmen. Berechnen Sie die Widerstände  $R_k$  so, dass  $U_x = \sum_{k=1}^8 a_k U_k$  mit  $a_{k+1} = 2 \cdot a_k$  und  $Maximum(R_k) = 128K\Omega$  (4P)

$$a_k = G_k \cdot R_{par} \Rightarrow G_{k+1} = 2G_k \Rightarrow R_{k+1} = R_k/2 \Rightarrow R_{k-1} = 2R_k \tag{2P}$$

$k :$	1	2	3	4	5	6	7	8	
$R_k :$	128	64	32	16	8	4	2	1	KΩ

- (c) Berechnen Sie  $G_{sum}$  und  $R_{par}$  für den resistiven DAC für den Fall  $G_I = 1/R_I = 1\mu S$ . (3P)

$$G_{sum} = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_8 = (1 + 2 + 4 + \dots + 128) \mu S = 255 \mu S \quad (2P)$$

$$R_{par} = 1/G_{sum} = 3,92 \text{ K}\Omega \quad (1P)$$

- (d) Was sind die kleinst- und größtmöglichen Spannungswerte ( $U_{x,min}$  und  $U_{x,max}$ ) am Ausgang des DACs, wenn für  $U_k, k=1\dots 8$ , nur die Werte 0V und 1V möglich sind? (2P)

$$\text{Kleinstmöglich: } U_{x,min} = 0V, \text{ wenn alle } U_k = 0V \quad (1P)$$

$$\text{Größtmöglich: } U_{x,max} = 1V, \text{ wenn alle } U_k = 1V \quad (1P)$$

- (e) Wie viele verschiedene Spannungslevel ( $NoL$ ) sind einstellbar und wie groß ist der kleinstmögliche Spannungssprung ( $\Delta_{DA}$ ) am Ausgang des DACs? (3P)

$$\text{Anzahl der Spannungslevel: } NoL = 2^8 = 256V \quad (1P)$$

$$\text{Auflösung: } \Delta_{DA} = \frac{U_{x,max} - U_{x,min}}{NoL - 1} = \frac{1V - 0V}{256 - 1} = 3,92mV \quad (1P)$$

Bildteil (b) zeigt einen Knoten, in den über die 9 Kapazitäten  $C_k$  die Ladungen  $Q_k$  fließen,  $k=0\dots 8$ . Wir nehmen an, dass anfangs alle Spannungen auf 0V liegen bevor einige auf 1V springen.

- (f) Wie lässt sich mit Kirchhoff zeigen, dass die Summe aller Ladungen in den Knoten mit der Spannung  $U_x$  gleich Null sein muss? (Argumentation genügt, es muss keine Formel sein.) (2P)

**Wenn gemäß Kirchhoff die Summe aller Ströme 0 ist, dann muss auch die Ladungsänderung als Integral der Nullsumme Null sein:**

$$I_{x,sum} = 0 = \sum_{k=0}^8 I_k = 0 \Rightarrow \Delta Q_x = \int I_{x,sum} \cdot dx = \int 0 \cdot dx = 0, \quad \text{q.e.d.}$$

## 2 Schaltkreisanalyse-Methoden

(Σ=20P)

**Bild 2:** Schaltung mit MOSFET. Ziffern in Kreisen sind Knotennamen.

Zur Berechnung sind gemäß Vorlesung folgende Modellgleichungen zu verwenden:

$$U_{DS,sat} = U_{GS} - V_T$$

$$I_D = \frac{\beta}{2} \cdot U_{DS,sat}^2 (1 + \lambda \cdot U_{DS}) \text{ für } U_{DS} \geq U_{DS,sat}$$

$$g_m = \sqrt{2\beta \cdot I_D}, \quad r_m = 1/g_m$$

$$g_{DS} = \lambda I_D, \quad r_{DS} = 1/g_{DS}$$

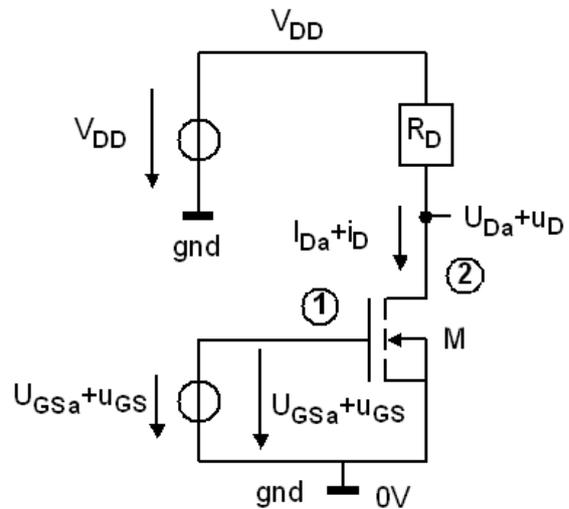


Bild 2 zeigt eine Verstärkerschaltung mit Feldeffekt-Transistor. Gegeben seien  $V_T = 1\text{ V}$ ,  $\lambda = 1/100\text{ V}$  und folgende Messdaten:  $U_{GSa} = 2\text{ V}$ ,  $U_{Da} = 10\text{ V}$ ,  $I_{Da} = 1\text{ mA}$  bei  $V_{DD} = 20\text{ V}$ .

- (a) In welcher Schaltungsart (z.B. Gate-, Drain-, Basis-, Kollektor, ... Schaltung) wird dieser Transistor betrieben? (1P)

### Sourceschaltung

### Berechnung des Arbeitspunktes

- (b) Welche Spice-Direktive gibt den berechneten Arbeitspunktes aus? (1P)

.OP

- (c) Der Drainstrom im Arbeitspunkt betrage 1 mA. Berechnen Sie den Widerstand  $R_D$  und die Spannung  $U_{DSa}$  im Arbeitspunkt. (Gefragt sind jeweils Formel und Wert.) (2P)

$$R_D = (V_{DD} - U_{Da}) / I_{Da} = (20 - 10)\text{ V} / 1\text{ mA} = 10\text{ k}\Omega \quad (1P)$$

$$U_{DSa} = U_{Da}, \text{ weil } U_S = 0\text{ V} \quad (1P)$$

- (d) Klären Sie, ob  $U_{DS} \geq U_{DS,sat}$  erfüllt ist. Nehmend Sie dann an, dass  $U_{DS} \geq U_{DS,sat}$  erfüllt ist und berechnen Sie den Transistorparameter  $\beta$ . (3P)

$$U_{DS,sat} = U_{GS} - V_T = 2\text{ V} - 1\text{ V} = 1\text{ V} \Rightarrow U_{DS,sat} < U_{DSa} \text{ erfüllt}$$

$$\beta = \frac{2I_{Da}}{U_{DS,sat}^2 (1 + \lambda U_{DSa})} = \frac{2 \cdot 1\text{ mA}}{(1\text{ V})^2 (1 + 0,01\text{ V}^{-1} \cdot 10\text{ V})} = 1.818 \frac{\text{ mA}}{\text{ V}^2}$$

**Analysemethoden**

- (e) Es soll ein statisches Kennlinienfeld berechnet werden, zum Beispiel  $I_D(U_{GS}, U_{DS})$ . Mit welcher Spice-Direktive machen wir das am besten? (1P)

**.DC**

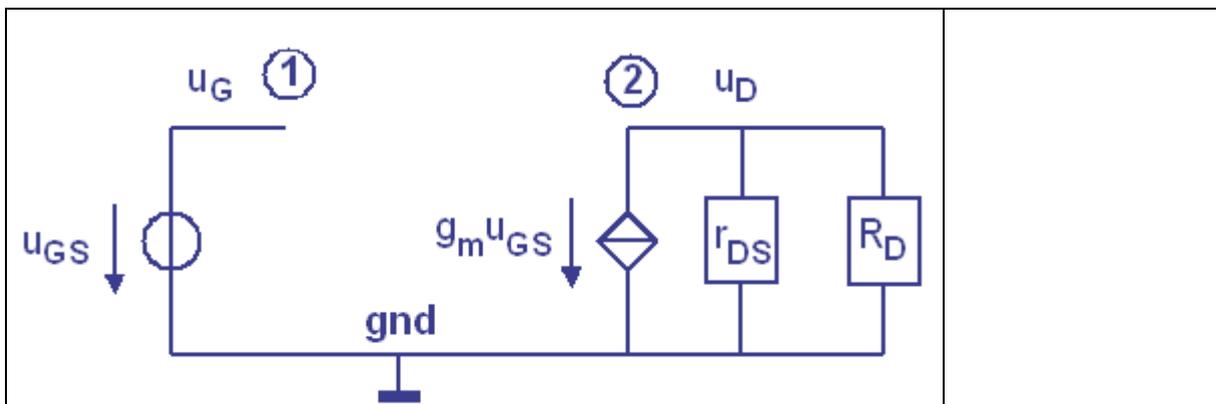
- (f) Welche Spice-Direktive fordert die Berechnung des DC-Kleinsignal-ESBs und deren Ausgabe an? (1P)

**.TF**

- (g) Welche Spice-Direktive fordert ein Bode-Diagramm mit dem AC-Kleinsignal-ESB an? Es genügt die Benennung der Direktive, ohne Zusatzparameter. (1P)

**.AC**

- (h) Skizzieren Sie das DC-Kleinsignal-ESB der Schaltung in Bild 2. (4P)



- (i) Sei  $\beta = 2\text{mA/V}^2$ . Berechnen Sie die Kleinsignalgrößen  $g_{ma}$ ,  $r_{ma}$ ,  $g_{DSa}$ ,  $r_{DSa}$ ,  $Z_{2a}$  (=Impedanz des Knotens mit Label 2) als Größen im Arbeitspunkt, sowie die Kleinsignalverstärkung  $A_{Va} = u_D/u_{GS}$  im Arbeitspunkt. Gefragt sind Formeln und Werte. (6P)

$$g_{ma} = \sqrt{2\beta \cdot I_{Da}} = \sqrt{2 \cdot 2\text{mA/V}^2 \cdot 1\text{mA}} = \sqrt{(4\text{mA/V})^2} = 2 \text{ mA/V} = 2\text{mS} \quad (1\text{P})$$

$$r_{ma} = 1/g_{ma} = 500\Omega \quad (1\text{P})$$

$$g_{DS} = \lambda \cdot I_{Da} = 0,01/\text{V} \cdot 1\text{mA} = 10\mu\text{S} \quad (1\text{P})$$

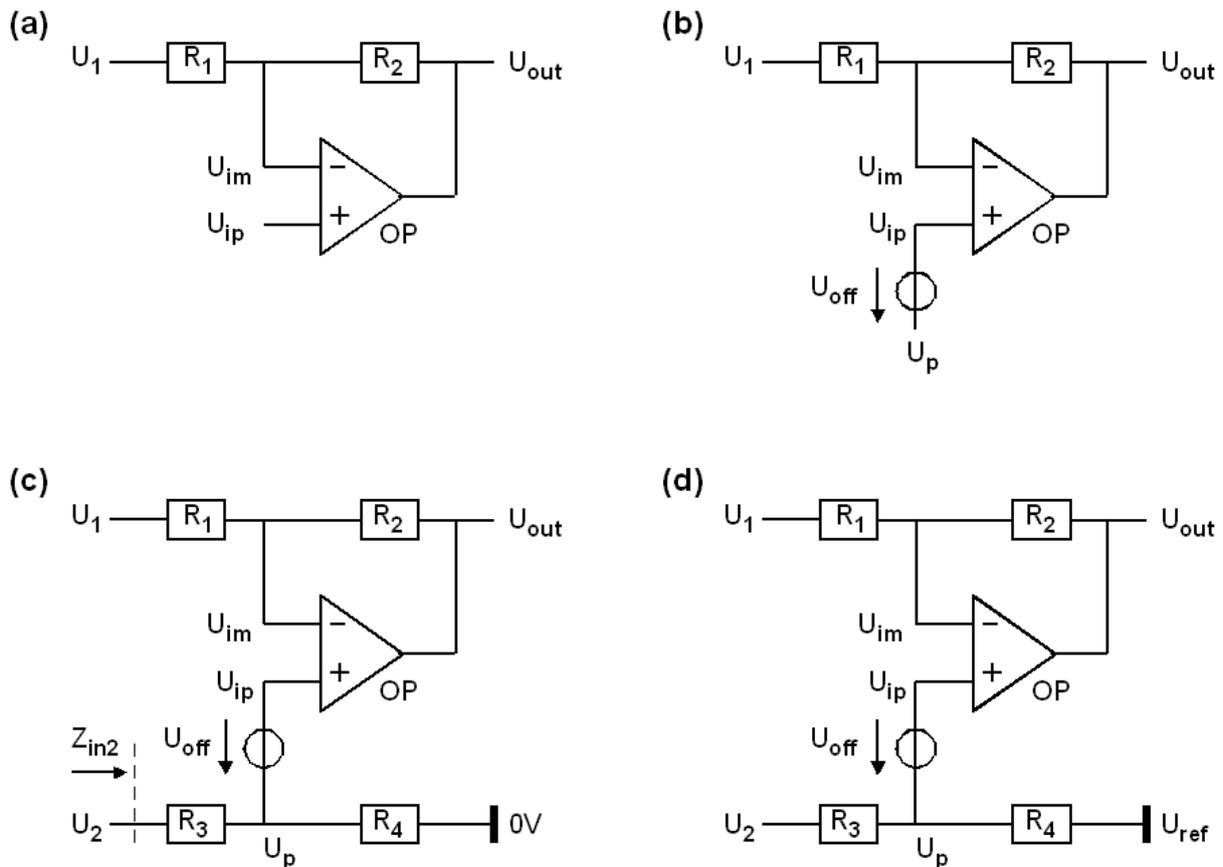
$$r_{DS} = 1/g_{DS} = 100 \text{ K}\Omega \quad (1\text{P})$$

$$Z_2 = R_D || r_{DS} = 10\text{K}\Omega || 100\text{K}\Omega = 9,09 \text{ K}\Omega; \quad (1\text{P})$$

$$-A_V = g_m \cdot Z_2 = 2\text{mS} \cdot 9,09\text{K}\Omega = 18,18 \quad (1\text{P})$$

### 3 Operationsverstärker

(Σ=20P)



**Bild 4:** Idealer Operationsverstärker: **(a)** kombinierter Invertierer und Nichtinvertierer **(b)** Hinzufügen der Offsetspannung  $U_{off}$ , **(c)** Erzeugen von  $U_p$  durch Spannungsteiler  $R_3, R_4$ , **(d)** Messen aller auf 0 bezogenen Potentiale gegen  $U_{ref}$ .

(a) Wie berechnet sich die Ausgangsspannung  $U_{out}$  in Bildteil (a) als Funktion der Spannungen  $U_1, U_{ip}$  und der Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ ?

(3P)

$$U_{out} = -\frac{R_2}{R_1} U_1 + \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_{ip}$$

(b) Welche Beziehung besteht zwischen den Spannungen  $U_p$  und  $U_{ip}$  in Bildteil (b) und wie berechnet sich damit  $U_{out}$  in Bildteil (b) als Funktion von  $U_1, U_p, U_{off}$  und  $R_1, R_2$ ? Als Lösung bitte einen Ausdruck ohne Klammern!

(4P)

$$U_{ip} = U_p + U_{off}$$

$$U_{out} = -\frac{R_2}{R_1} U_1 + \frac{R_1 + R_2}{R_1} (U_p + U_{off}) = -\frac{R_2}{R_1} U_1 + \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_p + \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_{off}$$

- (c) Welche Beziehung besteht zwischen den Spannungen  $U_2$  und  $U_p$  in Bildteil (c) und wie berechnet sich  $U_{out}$  in Bildteil (c) als Funktion von  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_{off}$  und  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ? Als Lösung bitte einen Ausdruck ohne Klammern!

(5P)

$$U_p = \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_2 \quad (1P)$$

$$U_{out} = -\frac{R_2}{R_1} U_1 + \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_2 + \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_{off} \quad (4P)$$

- (d) Erklären Sie (gern auch ohne Formeln), wie wir von der Lösung zu Bildteil (c) auf

$$(U_{out} - U_{ref}) = -\frac{R_2}{R_1} (U_1 - U_{ref}) + \frac{R_4}{R_1} \frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4} (U_2 - U_{ref}) + \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_{off}$$

als Lösung zu Bildteil (d) kommen. Zu erklären ist die Frage: Warum darf  $U_{ref}$  so in die Gleichung eingebaut werden? Warum wird von  $U_{off}$  nicht  $U_{ref}$  abgezogen?

(4P)

**Referenzpotential 0V ist dort, wo wir es definieren.**

**Wir dürfen daher alle Potentiale, die gegen 0V gemessen**

**wurden, auch gegen eine beliebige Spannung  $U_{ref}$  messen,**

**indem wir allen Potentialen, die auf 0V bezogen**

**sind, die Spannung  $U_{ref}$  abziehen!  $U_{off}$  ist eine**

**differentielle Spannung, daher hier kein Abzug von  $U_{ref}$ .**

- (e) Eliminieren Sie in Lösung (d) die Widerstandswerte  $R_3$  und  $R_4$  durch die Gleichungen  $R_3 = R_1$  und  $R_4 = R_2$  und berechnen Sie  $U_{out}$  als Funktion von  $(U_1 - U_2)$ ,  $U_{ref}$ ,  $U_{off}$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ .

(3P)

$$U_{out} = U_{ref} - \frac{R_2}{R_1} (U_1 - U_2) + \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_{off}$$

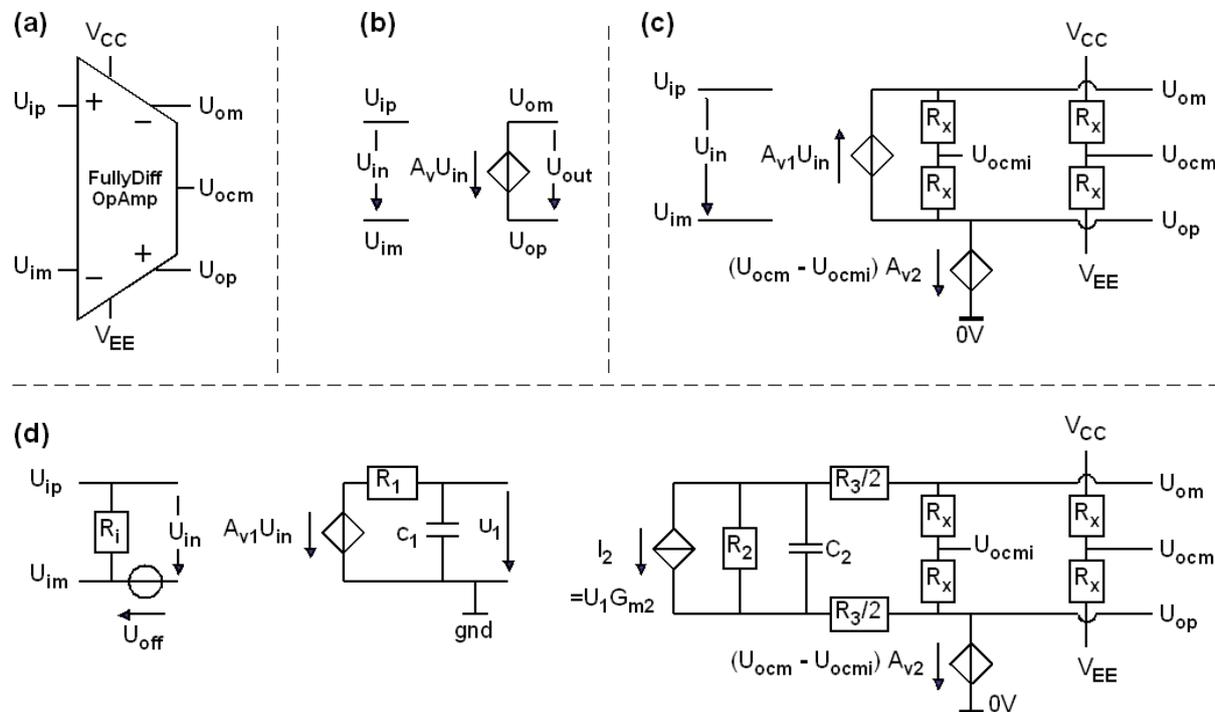
- (f) Welche Eingangsimpedanz „sieht“ die Spannungsquelle  $U_2$  in Bildteil (c)?

(1P)

$$Z_{in2} = R_3 + R_4$$

# 4 Macro-Modellierung (Σ=20P)

Ziel: Wir wollen für einen vollständig differentiellen OpAmp ein Spice-Macro erzeugen.



**Bild 4 (a):** Symbol, **(b) - (d):** verschiedene Macro-Modelle.

(a) Der „FullyDiff OpAmp“ in Fig. 4(a) wird in Bildteil (b) als spannungsgesteuerte Spannungsquelle modelliert. Warum können wir dieses Modell als Makro für Bildteil (a) nicht gebrauchen? Stellen Sie eventuell an einem kleinen Beispiel das Problem dar. (2P)

**Keine Common-Mode-Feedback-Regelung vorhanden.**

**Beispiel: Bei  $U_{out} = 2V$  kann  $U_{op}$  beliebige Werte annehmen, z.B.  $U_{om} = 0V, 3V, 15V...$  während  $U_{op} = U_{om} + U_{out}$ .**

(b) In Bildteil (c) tauchen die Potentiale  $U_{ocm}$  und  $U_{ocmi}$  auf. Füllen Sie die Textlücken zu deren Beschreibung: (5P)

Der Mittelwert der Ausgangsspannungen  $U_{om}$  und  $U_{op}$  heißt  $U_{ocmi}$  Er berechnet sich  
 .....  
 zu  $U_{ocmi} = \frac{1}{2} (U_{om} + U_{op})$  und wird mit dem Innenwiderstand  $R_x / 2$   
 .....  
 zur Verfügung gestellt. Der Sollwert für  $U_{ocmi}$  heißt  $U_{ocm}$  Er berechnet sich in Bild 4  
 .....  
 zu  $U_{ocm} = \frac{1}{2} (V_{EE} + V_{CC})$  und wird mit dem Innenwiderstand  $R_x / 2$   
 .....  
 zur Verfügung gestellt.

- (c) Die Schleife zur Regelung von  $U_{ocmi}$  verursacht einen Fehler  $U_{ocm,err} = U_{ocmi} - U_{ocm}$  gegenüber dem Sollwert. Berechnen Sie  $U_{ocm,err}$  als Funktion von  $U_{ocm}$ ,  $U_{out}$ ,  $A_{V2}$ , wobei gemäß Bildteil (b)  $U_{out} = U_{op} - U_{om}$  ist. (Hinweis: beachte dass  $U_{op} = -A_{V2} \cdot U_{ocm,err}$ .) (5P)

$$U_{ocmi} = U_{op} + \frac{1}{2} U_{out}$$

$$U_{ocm,err} = U_{ocmi} - U_{ocm}$$

$$= (U_{op} + \frac{1}{2} U_{out}) - U_{ocm} \quad (1P)$$

$$= -A_{V2} \cdot U_{ocm,err} + \frac{1}{2} U_{out} - U_{ocm} \quad (1P)$$

$$U_{ocm,err} \cdot (1 + A_{V2}) = \frac{1}{2} U_{out} - U_{ocm} \quad (1P)$$

$$U_{ocm,err} = \frac{-U_{ocm} + U_{out} / 2}{1 + A_{V2}} \quad (2P)$$

$$U_{ocm,err} \xrightarrow{A_{V2} \rightarrow \infty} 0V$$

Was muss tendenziell angestrebt werden, damit der Offsetfehler gegen Null strebt? (1P)

$$A_{V2} \rightarrow \infty$$

- (d) Bildteil (d) zeigt das Macro-Modell eines zweistufigen, vollständig differentiellen Operationsverstärkers, wobei die Stufen an den Indizes der Bauelemente ('1' und '2') zu erkennen sind. Berechnen Sie DC-Spannungsverstärkung  $A_{V1,DC}$  und Pol  $\omega_{p1}$  der 1. Stufe. (Formeln als Funktion der Bauelementeparameter)

$$A_{V1,DC} = A_{V1}, \quad \omega_{p1} = \frac{1}{R_1 C_1} \quad (2P)$$

Sei  $R_{out}$  die Ohm'sche Impedanz zwischen den Ausgangsknoten  $U_{om}$  und  $U_{op}$ . Formel zur Berechnung von  $R_{out}$ ? (2P)

$$R_{out} = 2 \cdot R_x \parallel (R_2 + R_3)$$

Berechnen Sie die DC-Spannungsverstärkung  $A_{V2,DC}$  und den Pol  $\omega_{p2}$  der unbelasteten 2. Stufe. (Formeln als Funktion der Bauelementeparameter)

$$A_{V2,DC} = G_{m2} \cdot R_{out}, \quad \omega_{p2} = \frac{1}{R_{out} C_2} \quad (3P)$$

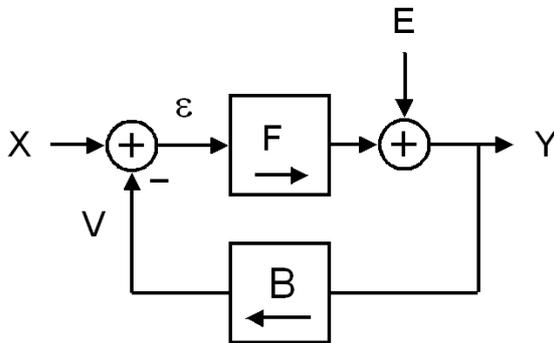
Was ist die  $STF(s)$  des OpAmp-Macros? Bitte Formel als  $f(A_{V1,DC}, A_{V2,DC}, \omega_{p1}, \omega_{p2})$ . (2P)

$$STF(s) = A_{V1,DC} \cdot A_{V2,DC} \cdot \frac{1}{1 + s / \omega_{p1}} \cdot \frac{1}{1 + s / \omega_{p2}}$$

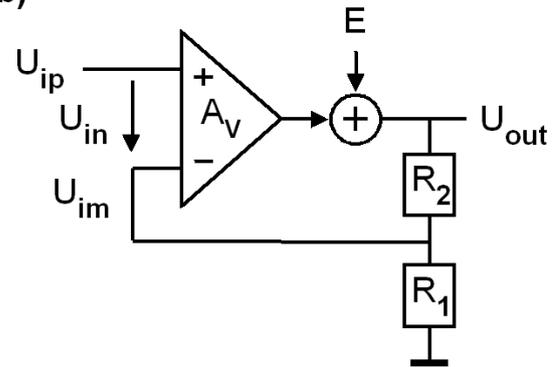
# 5 Rückgekoppelte Systeme

(Σ=6P)

(a)



(b)



**Bild 5 (a):** Prinzip der Rückkopplung, **(b):** Anwendung.

(a) Fig. 5(a) zeigt ein rückgekoppeltes System. Geben Sie die Definition der Signal-Transferfunktion (*STF*) als  $f(X, Y, E)$  an und dessen Formel als  $f(F, B)$ .

(2P)

$$\mathbf{STF} = \left. \frac{Y}{X} \right|_{E=0} = \frac{F}{1+FB} .$$

(b) Fig. 5(a) zeigt ein rückgekoppeltes System. Geben Sie die Definition der Fehler-Transferfunktion (*NTF*) als  $f(X, Y, E)$  an und dessen Formel als  $f(F, B)$ .

(2P)

$$\mathbf{NTF} = \left. \frac{Y}{E} \right|_{X=0} = \frac{1}{1+FB} .$$

(c) In Bild 5(b) sei  $A_V = 60 \text{ dB}$ ,  $R_2 = 9 \cdot R_1$ . Welche Werte ergeben sich für *STF* und *NTF*?

(2P)

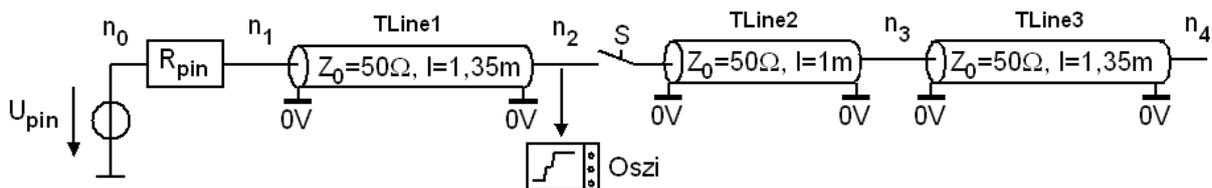
$$\mathbf{STF} = \frac{F}{1+FB} = \frac{1000}{1+1000 \cdot 0,1} = 9,9$$

$$\mathbf{NTF} = \frac{1}{1+FB} = \frac{1}{1+1000 \cdot 0,1} = 9,9 \cdot 10^{-3}$$

# 6 Signalflanke auf Leitungen

(Σ=14P)

(a) Messaufbau



(b) S offen: ohne Leitungen TLine2, TLine3

(c) S leitend: mit Leitungen TLine2, TLine3



**Bild 6 (a):** Messaufbau, **(b)** Schalter S offen: Messung an  $n_2$  ohne  $TLine2$  und  $TLine3$ . **(c)** Nach Schließen von Schalter S: Zusätzliches 20ns breites 1,43V-Plateau in der Flanke.

In Bildteil 6(a) ist der Knoten  $n_1$  ein Ausgangspin eines digitalen Boards (*DE1-SoC*), elektrisch modelliert als Spannungsquelle  $U_{pin}$  mit Innenwiderstand  $R_{pin}$ . An Knoten  $n_1$  werden ein oder drei  $50\Omega$ -BNC-Leitungen reflexionsfrei in Serie geschaltet, die am Ende offen sind.

- (a) An welchem Knoten tritt in dieser Anordnung bei leitendem Schalter S Reflexion mit welchem Reflexionsfaktor auf? Eventuelle kleine Reflexionen an  $n_1$  sind zu ignorieren. (2P)

**Leitungsende: Knoten  $n_4$ , Reflexionsfaktor  $r = 1$**

- (b) Die Bildteile (b) und (c) zeigen Oszillogramme des Knotens 2. Es handelt sich um eine 0 / 3,3V-Technologie. Auf welchen Wert werden sich die Spannungen an allen leitend angeschlossenen Knoten einige Zeit nach dem Sprung einschwingen? (1P)

**3,3V**

- (c) In Bildteil (b) ist Schalter S offen und in Bildteil (c) geschlossen, also leitend. Durch Schließen von S entsteht in Bildteil (c) ein Plateau auf 1,43V mit 20ns Breite in der steigenden Flanke. Wo in der Messanordnung (Knoten?) ist der Spannungsteiler für hohe Frequenzen? (1P)

**$n_1$ : Ausgangswiderstand  $R_{pin}$  mit Eingangswiderstand von TLine1**

- (d) Berechnen Sie aus dem Teilverhältnis des Spannungsteilers den Widerstand  $R_{pin}$ .  
(Formel + Wert)

$$a = 1,43V / 3,3V \rightarrow R_{pin} = 50\Omega \cdot (1-a) / a = 65,4 \Omega$$

(2P)

- (e) Ermitteln Sie aus der Differenz der Bildteile (b) und (c) die Geschwindigkeit  $c_{BNC}$  der Welle auf der  $50\Omega$ -BNC-Leitung. (Formel + Wert)

$$c_{BNC} = 2 \times (1m + 1,35m) / 20ns = 2,35 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

(2P)

- (f) Die Verzögerung von 1 Meter  $50\Omega$ -BNC-Leitung sei  $4,5ns$ . Berechnen Sie die Induktivität  $L_x$  und die Kapazität  $C_x$  für diesen Leitungselement. (Formel + Wert)

$$L_x = T_D \cdot Z_0 = 4,5ns \cdot 50V/A = 225 \text{ nH}$$

(3P)

$$C_x = T_D / Z_0 = 4,5ns / 50\Omega = 90 \text{ pF}$$

- (g) Sei  $L_x = 220nH$  und  $C_x = 85pF$ . Zeichnen Sie das T-Modell dieses Leitungselements mit den Werten der verwendeten Bauelemente.

(3P)

